Opća mineralogija i Mineralogija I

radna verzija 2006/07

I dio

Literatura korištena pri izradi predavanja:

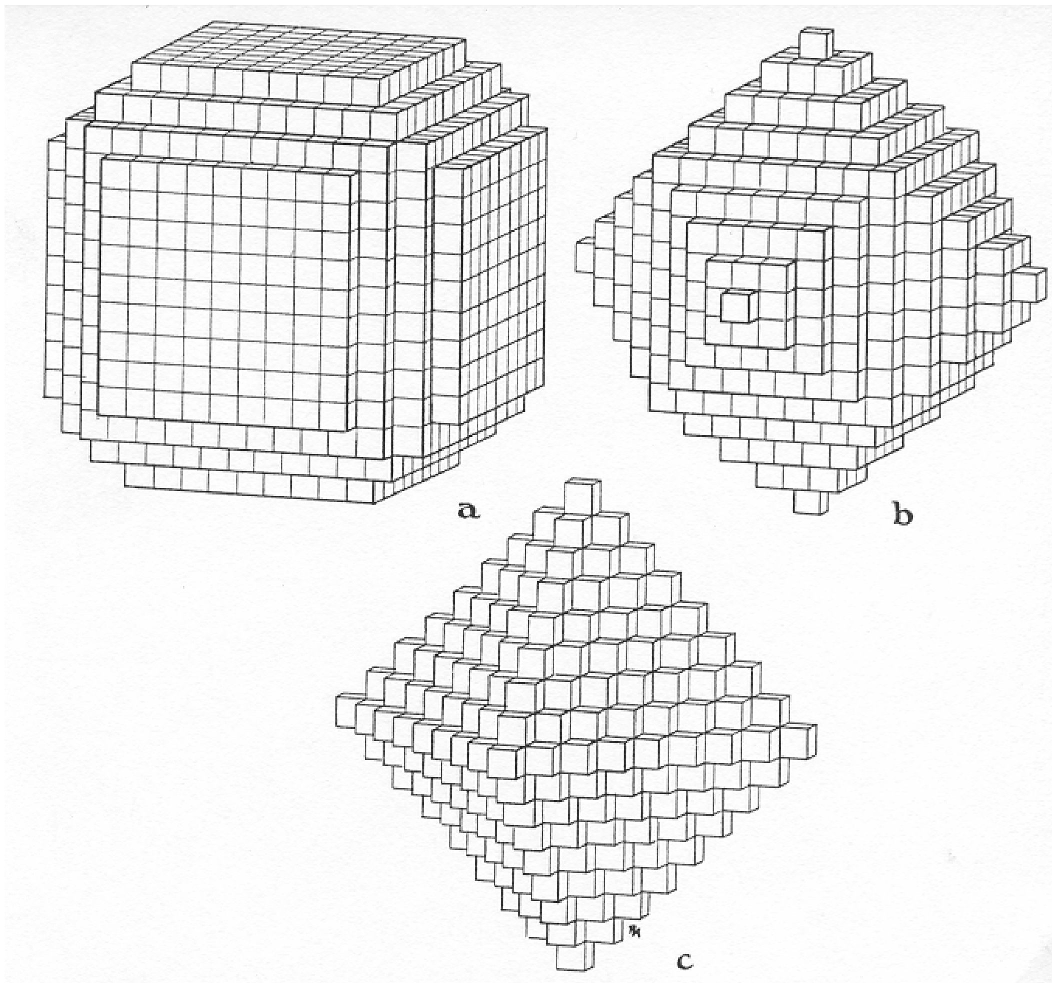
1. Klein, C. (2002): Mineral Science. John Wiley & Sons, Inc., New York. Starija izdanja npr: Klein, C. & Hurlbut, C.S. (1999): Manual of mineralogy.
2. Nesse, W.D. (2000): Introduction to mineralogy. Oxford University Press, Oxford.
3. Hibbard, M.J. (2002): Mineralogy, a geologist's point of view. McGraw-Hill, New York.
4. Wenk, H.R. & Bulakh, A. (2004): Minerals, their constitution and origin. Cambridge University Press, Cambridge.
5. Borchardt-Ott, W. (1995): Crystallography. Springer, Berlin.
6. Barić, Lj. & Tajder, M. (1967): Mikrofiziografija petrogenih minerala. Školska knjiga, Zagreb.
7. Međimorec, S. (1998): Kristalna optika - interna skripta. Prirodoslovno-matematički fakultet, Zagreb.
8. Tućan, F. (1951): Opća mineralogija. Školska knjiga, Zagreb.

- uz slike na slajdovima brojevima su prikazani izvori

- Mineralogija je znanost o mineralima
  - lat. minera = ruda i grč. logos = znanost, nauka
- Povijest mineralogije
  - Teofrast (371-286 pr. K.) - “O stijenama”, Plinije Stariji (23-79) - “Historia naturalis”
  - 1530. Georg Bauer (Georgius Agricola) - “De re metalica”
  - 1669. Niels Stensen (Nicolaus Steno) pravilnost na kristalima kvarca – 1772. Jean-Baptiste Romé de l’Isle 1. kristalografski zakon tzv. Zakon o stalnosti kuteva, 1780. Carangeot - kontaktni goniometar
  - 1784. René-Just Haüy “molekule sastavljačice”

    1801. 2. kristalografski zakon tj. Zakon o racionalnom odnosu parametara
  - 1815. Cordier koristi obični mikroskop, 1828. W. Nicol izumio polarizator, 1858. H.C. Sorby konstruirao i koristio polarizacijski mikroskop

molekule sastavljačice



- druga polovica XIX. st. - E.S. Fjodorov, A. Schönflies i W. Barlow - teorije o unutrašnjoj simetriji i uređenosti kristalnih struktura - kristalna struktura je izgrađena od pravilno raspoređenih atoma koji sačinjavaju prostornu rešetku. Svojim teorijama postavljaju temelje rendgenske kristalografije.
- 1912. W. Friedrich i P. Knipping na poticaj Maxa von Lauea, pokazali da kristali difraktiraju rendgensko zračenje i time dokazali da imaju pravilnu uređenu unutrašnju građu. 1914. W.H. Bragg i njegov sin W.L. Bragg objavljuju prve kristalne strukture.
- početkom šezdesetih godina XX. st značajni doprinos razvoju mineralogije dala je pojava elektronske mikroprobe
- visokorazlučivi transmisijski elektronski mikroskop (HRTEM) početkom sedamdesetih omogućio je svojim povećanjima od nekoliko miliona puta promatranje unutrašnje građe kristala.
- 1875. Katedra mineralogije i geologije Mudroslovnog fakulteta, imenovanje Gjure Pilara za redovitog profesora. Od tada do danas kontinuirano u okviru Mineraloško-petrografskog zavoda Prirodoslovno-matematičkog fakulteta, koji je 1946. nastao iz Mudroslovnog odnosno Filozofskog fakulteta.

HRTEM

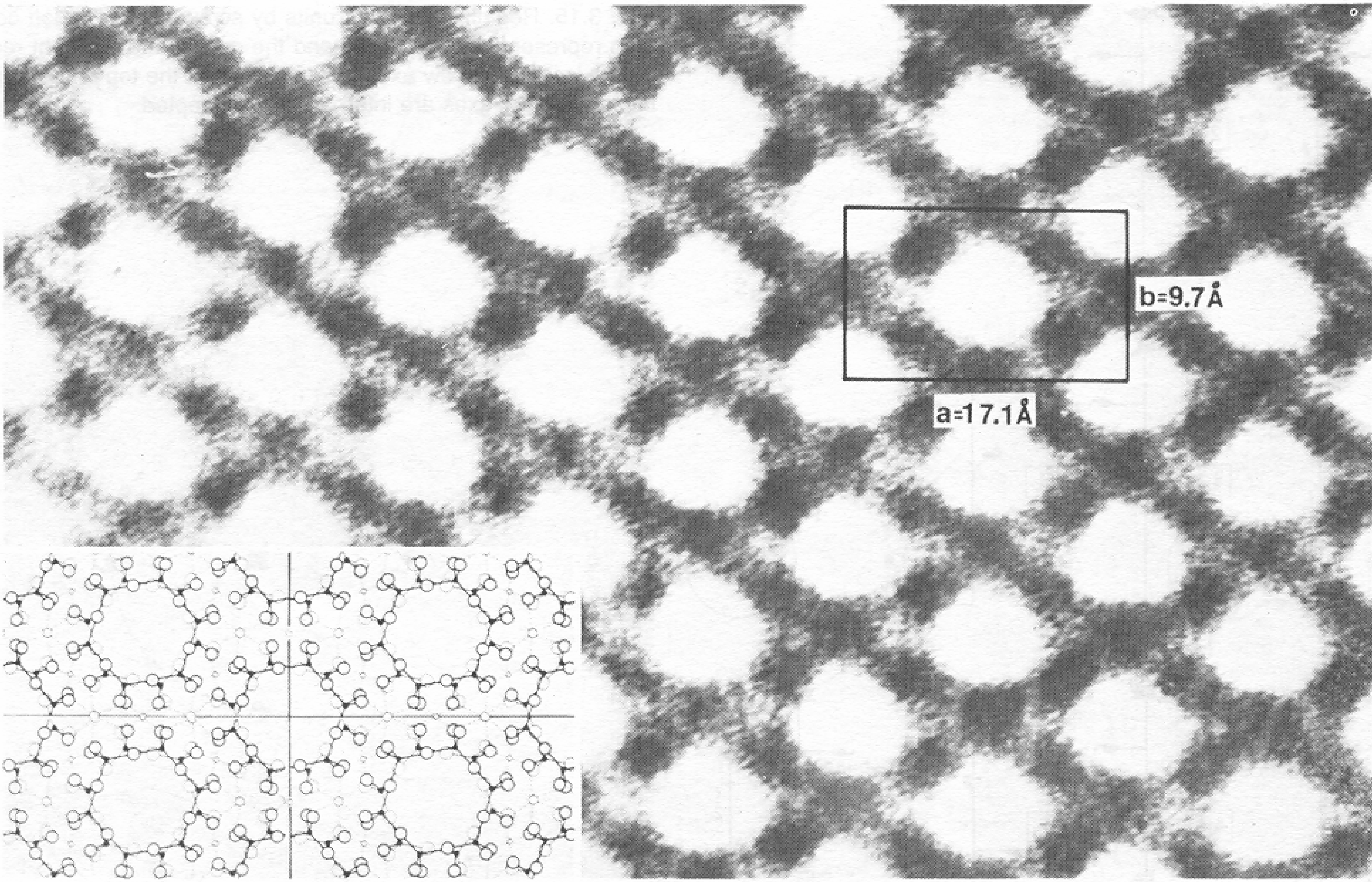
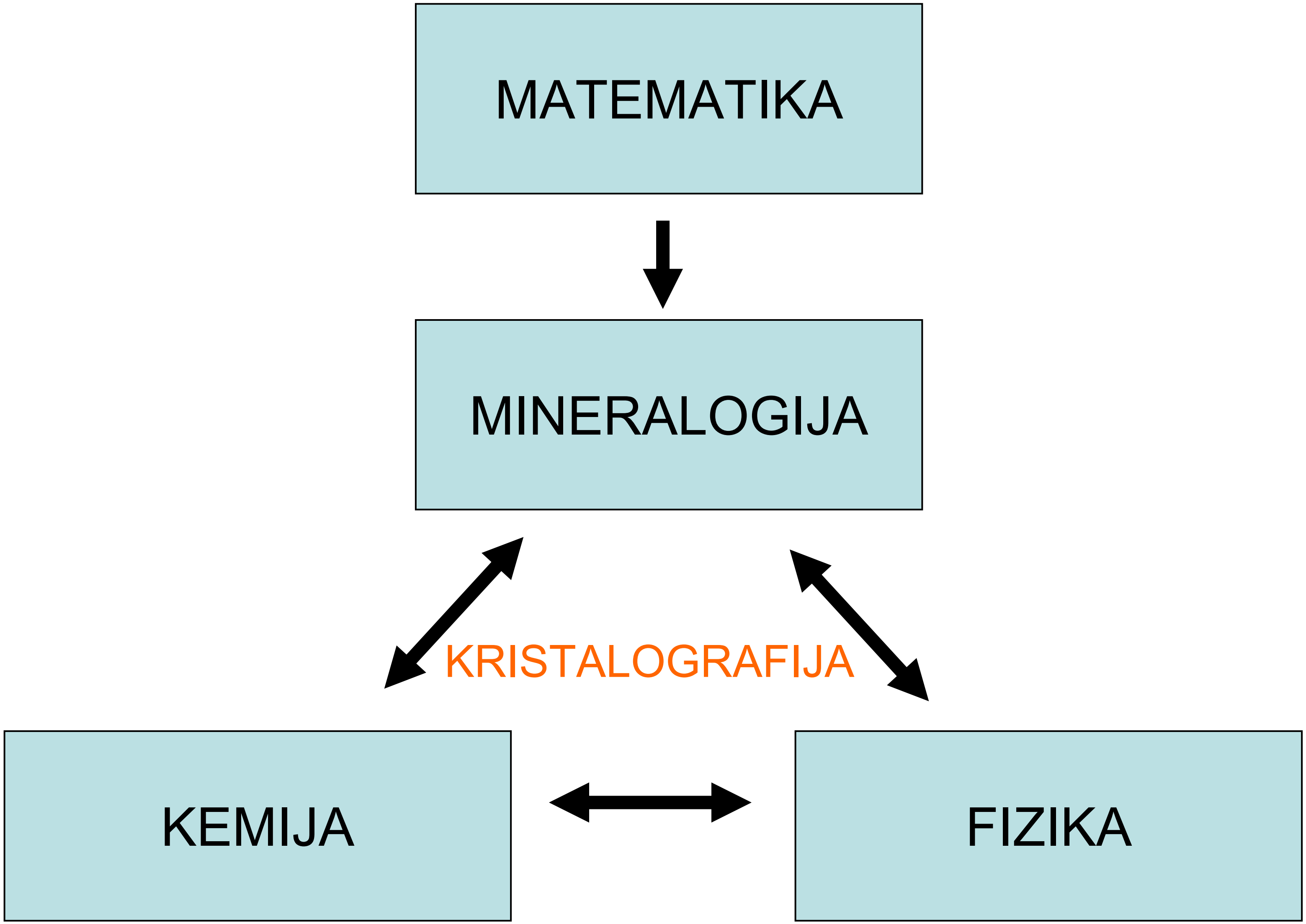


FIG 3.14. High magnification structure image of an *a-b* section through the mineral cordierite. An orthorhombic unit cell is outlined and distances are given in Ångstroms. The insert shows the idealized structure of cordierite, as determined by X-ray diffraction techniques. The scales of the idealized structure and the electron transmission image are identical. (From Buseck and Iijima, *American Mineralogist,* vol. 59, pp. 1–22, 1974.)

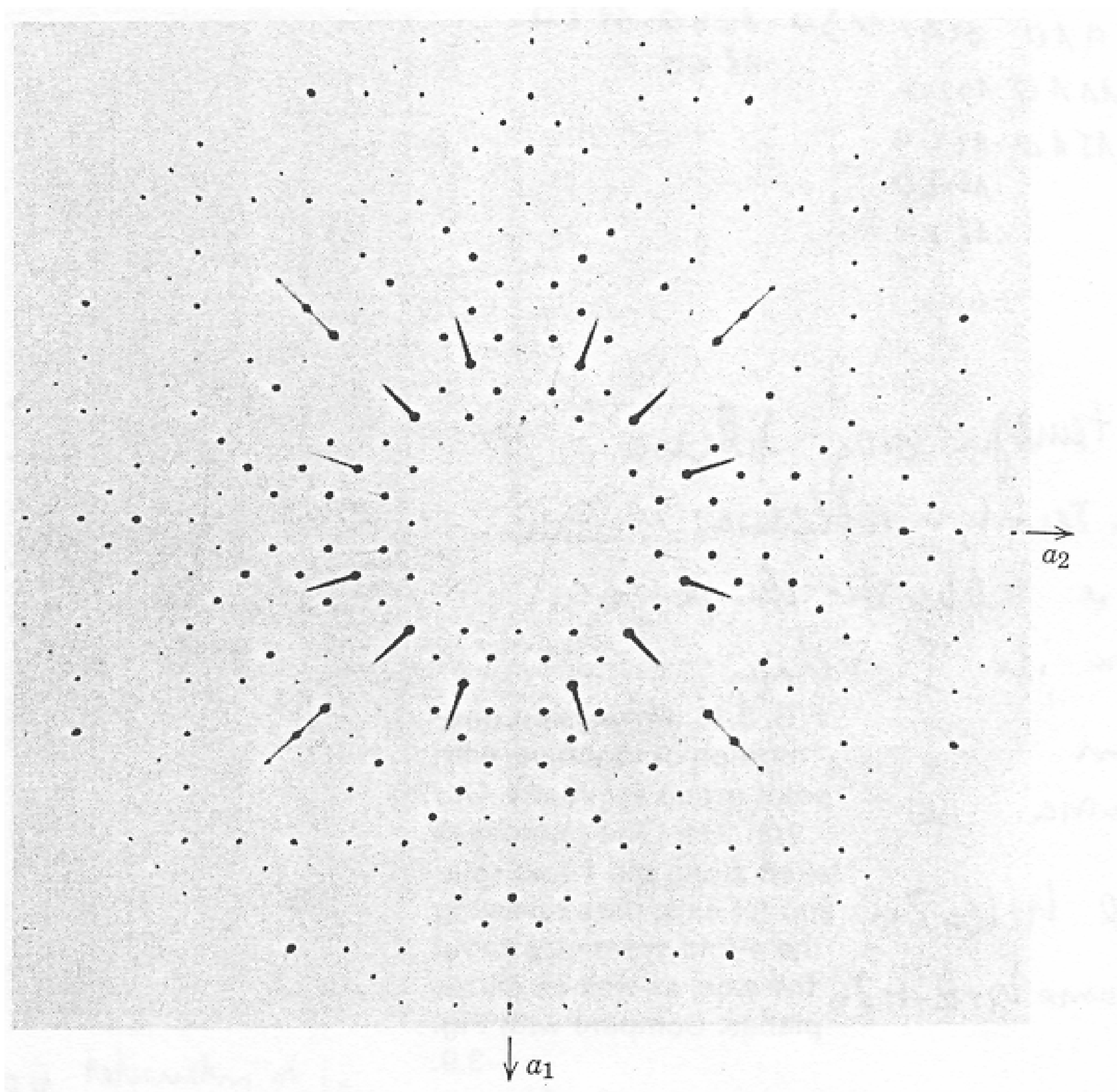
preuzeto iz 1


MATEMATIKA
MINERALOGIJA
KRISTALOGRAFIJA
KEMIJA
FIZIKA

MINERAL

- **Mineral je**, prema definiciji Komisije za nove minerale i mineralna imena IMA, **element ili kemijski spoj, koji je u pravilu kristaliziran i koji je nastao geološkim procesima**.
  - mineral ima određeni kemijski sastav koji se može mijenjati unutar određenih granica, njegov se sastav može izraziti kemijskom formulom.
    - pravilo 50% zbog smanjenja broja mogućih minerala. Danas je priznato oko 4000 minerala.
  - mineral je kristaliziran tj. atomi u njegovoj strukturi su posloženi na uređeni način, što će rezultirati stvaranjem difrakcijske slike ukoliko mineral obasjamo npr. rendgenskim zrakama.
- postoji i druga terminologija. Tako se vrlo često se pod mineralom podrazumijeva svaki vrijedan materijal koji se vadi iz zemlje npr. ugljen, nafta, pijesak. Nutricionisti pak mineralom smatraju svaki element ili spoj koji je važan za prehranu npr. Ca

Difrakcijska slika

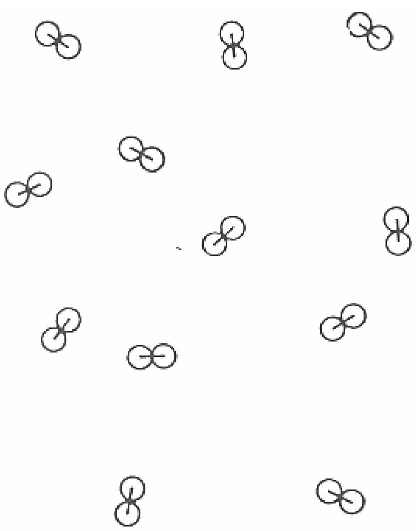
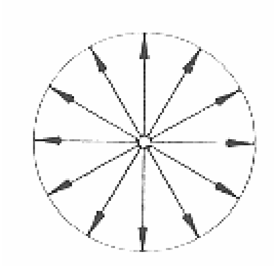


preuzeto iz 1

Agregatna stanja

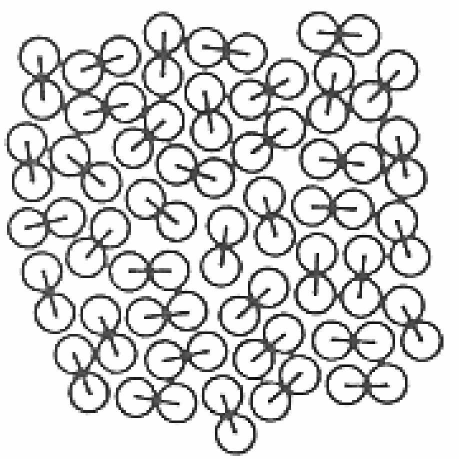
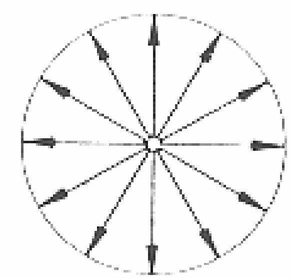
- materija se javlja u tri agregatna stanja:
  - plinovitom
    - veze među molekulama slabe i one se slobodno gibaju, slučajna raspodjela materije u prostoru – statistički homogena – isti sadržaj materije u nekom volumenu
    - izotropna svojstva – grč. isos = jednak, grč. tropos=smjer ista svojstva u različitim smjerovima
  - tekućem – jače privlačne sile pa se molekule dodiruju, ali nemaju stalan položaj
    - statistički homogen raspored materije i izotropna svojstva
  - krutom

Plinovito agregatno stanje

Grafički prikaz	Zadržavanje oblika	Zadržavanje volumena	Raspored materije	Fizička svojstva
	NE	NE	Statistički homogen	Izotropna izos = isti tropos = smjer 

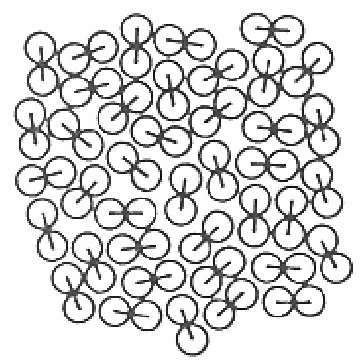
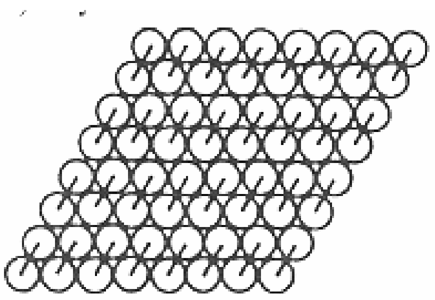
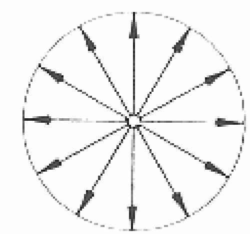
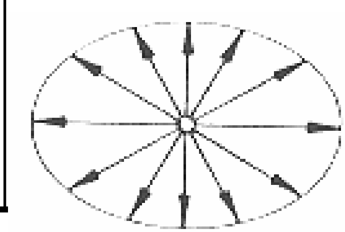
preuzeto iz 5

Tekuće agregatno stanje

Grafički prikaz	Zadržavanje oblika	Zadržavanje volumena	Raspored materije	Fizička svojstva
	NE	DA	Statistički homogen	Izotropna izos = isti tropos = smjer 

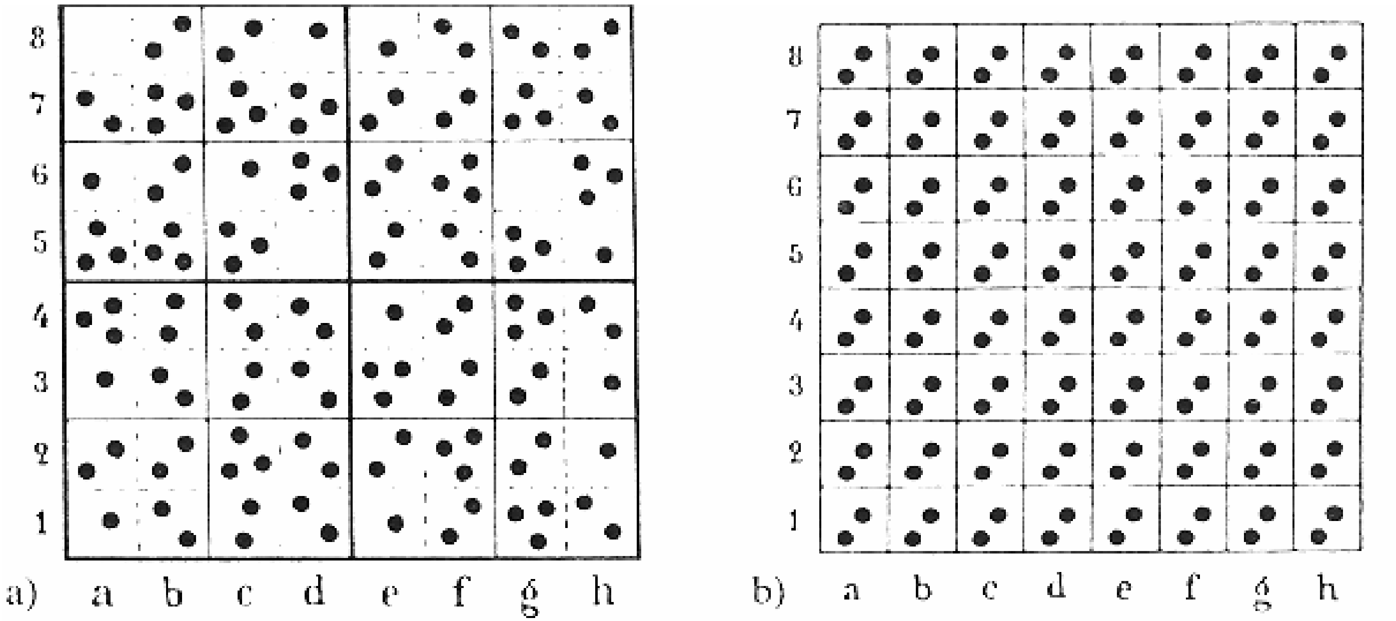
preuzeto iz 5

Kruto agregatno stanje

Grafički prikaz	Zadržavanje oblika	Zadržavanje volumena	Raspored materije	Fizička svojstva
amorfne  kristalizirane tvari 	DA	DA	statistički odnosno periodički homogen	izotropna  odnosno anizotropna 

preuzeto iz 5

Statistička i periodična homogenost



a) statistička homogenost - slučajan raspored materije

b) periodična homogenost – pravilan raspored materije

preuzeto iz 5

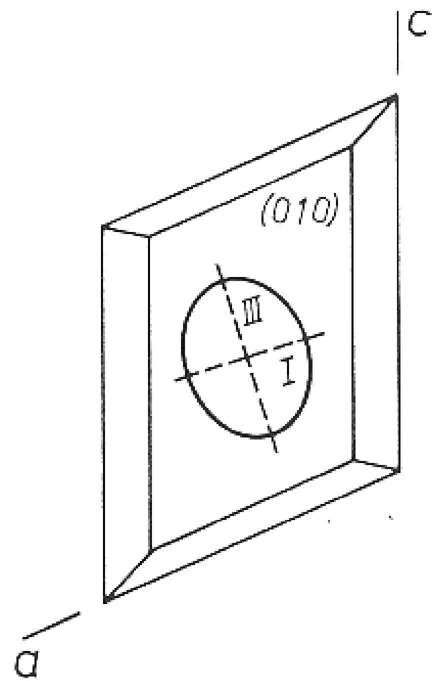
Amorfne i kristalizirane krutine

- kruto agregatno stanje
  - kinetička energija atoma je toliko mala da su oni stalno vezani jedan za drugoga, gibanje atoma svodi se samo na titranje oko ravnotežnog položaja
  - raspored atoma može biti statistički ili periodički homogen pa razlikujemo amorfne i kristalizirane krute tvari

Periodična homogenost

- nastaje periodičnim ponavljanjem motiva (atoma, molekula) u tri dimenzije, okruženje svih istovrsnih atoma je jednako kažemo da je materija kristalizirana
- zbog različitog rasporeda materije u različitim smjerovima svojstva su anizotropna tj. ovisna o smjeru
- kristalizirano stanje je stanje najniže energije tj. energetski najstabilnije

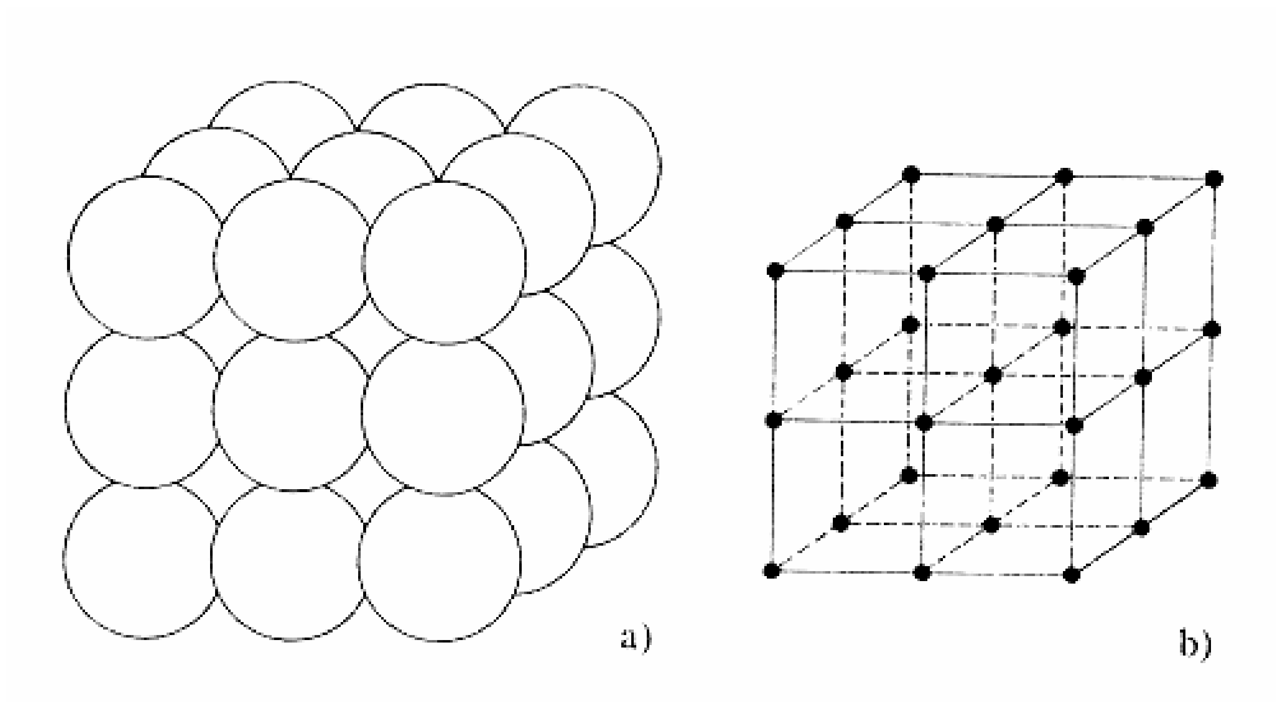
Anizotropija svojstava



preuzeto iz 5

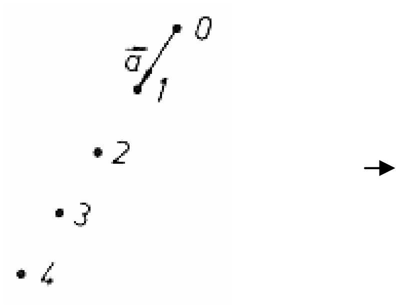
Rešetka

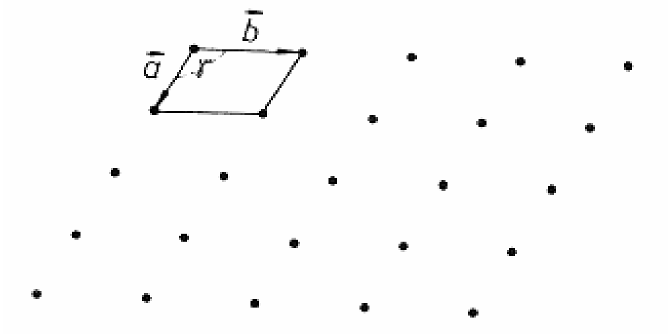
- zbog jednostavnosti motiv koji se ponavlja u prostoru zamjenjuje se čvorom i njegovim ponavljanjem dobije se matematički model koji se naziva prostorna rešetka.



preuzeto iz 5

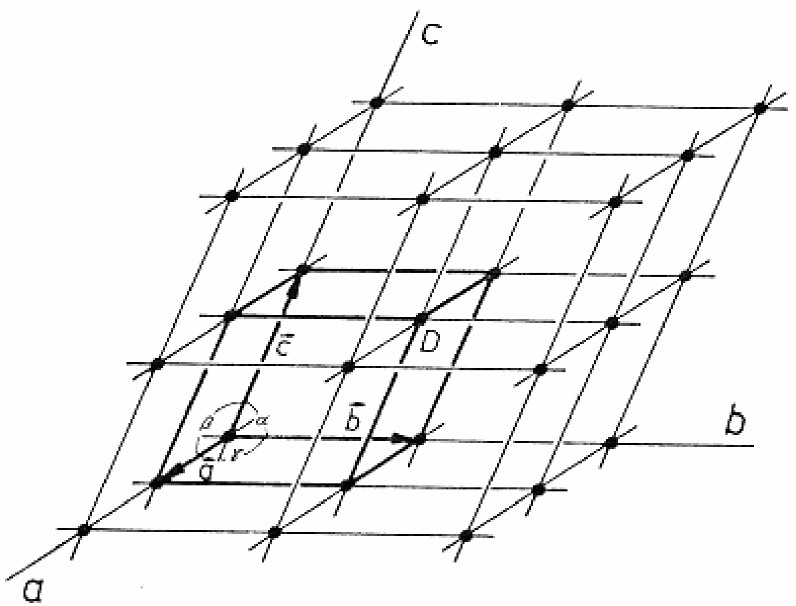
Rešetke





jednodimenzionalna ili linijska rešetka
1 parametar $|a|=a_0$

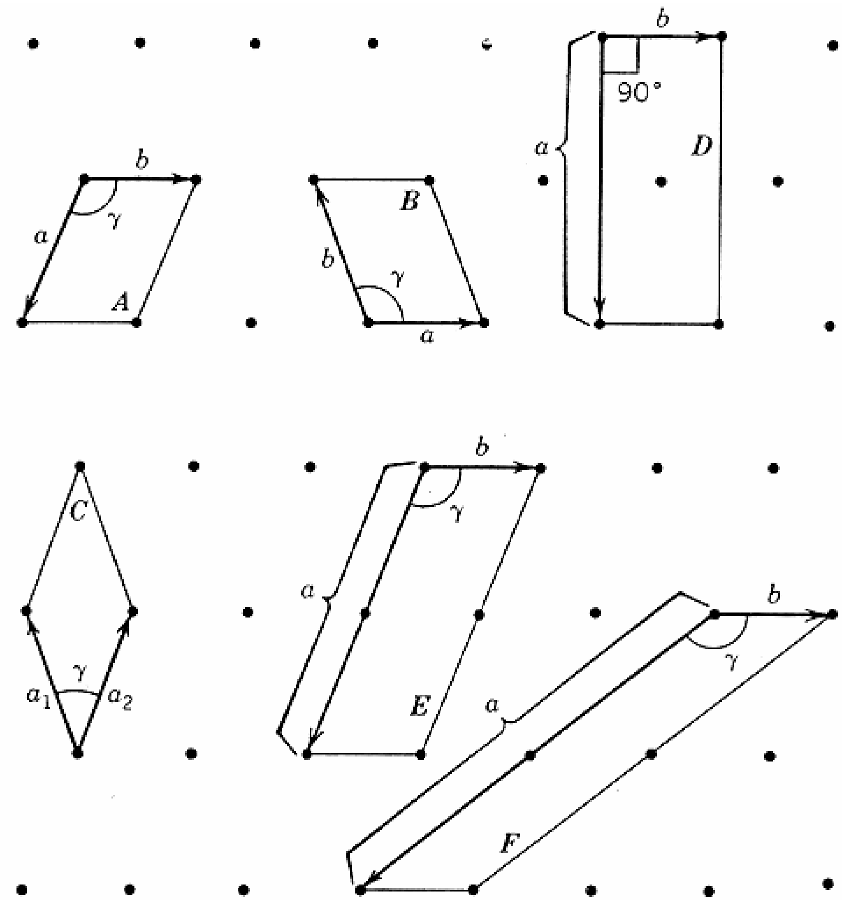
dvodimenzionalna ili plošna rešetka
tri parametra: a_0, b_0, γ



trodimenzionalna ili prostorna rešetka
šest parametara tzv. dimenzije jedinične ćelije
a_0, b_0, c_0, α, β, γ

Jedinična ćelija

- najmanji volumen čijim ponavljanjem se može dobiti čitava rešetka
- određena prostorna rešetka može se opisati pomoću različitih jediničnih ćelija – pravila izbora



preuzeto iz 5

$$V = a_0 b_0 c_0 \left(1-\cos^2\alpha-\cos^2\beta-\cos^2\gamma+2\cos\alpha\,\cos\beta\,\cos\gamma\right)^{1/2}$$

Kristalni sustavi

- Za opis rešetke definira se koordinatni sustav, kojeg određuju tzv. kristalografske osi, paralelne s vektorima, koji su definirali jediničnu ćeliju.
- Na temelju veličina kristalografskih osi, odnosno jedinica po njima koje su u skladu s dužinama bridova jedinične ćelije, te kuteva među osima, razlikujemo 6 odnosno 7 koordinatnih sustava tj. 6 odnosno 7 kristalnih sustava. Kristalni sustavi mogu se razlikovati i prema simetriji.
- Šest ili sedam sustava - postoje dvije različite rešetke, ali isti osni križ

Kristalni sustav	Osni sustav	Elementi simetrije
Triklinski	$a \neq b \neq c$ $\alpha \neq \beta \neq \gamma$	
Monoklinski	$a \neq b \neq c$ $\alpha = \gamma = 90°$ $\beta \neq (>) 90°$	
Rompski	$a \neq b \neq c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90°$	
Tetragonski	$a = b \neq c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90°$ tj. $a_1 = a_2 \neq c$	$4 \parallel c$
Trigonski	$a_1 = a_2 = a_3$ $\alpha = \beta = \gamma \neq 90°$ ili heksagonske osi	$3 \parallel c$
Heksagonski	$a = b \neq c$ $\alpha = \beta = 90°$ $\gamma = 120°$ tj. $a_1 = a_2 \neq c$ odnosno $a_1 = a_2 = a_3 \neq c$ $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 120°$ $\delta = 90°$	$6 \parallel c$
Kubični	$a = b = c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90°$ tj. $a_1 = a_2 = a_3$	$3 \parallel \langle 111 \rangle$

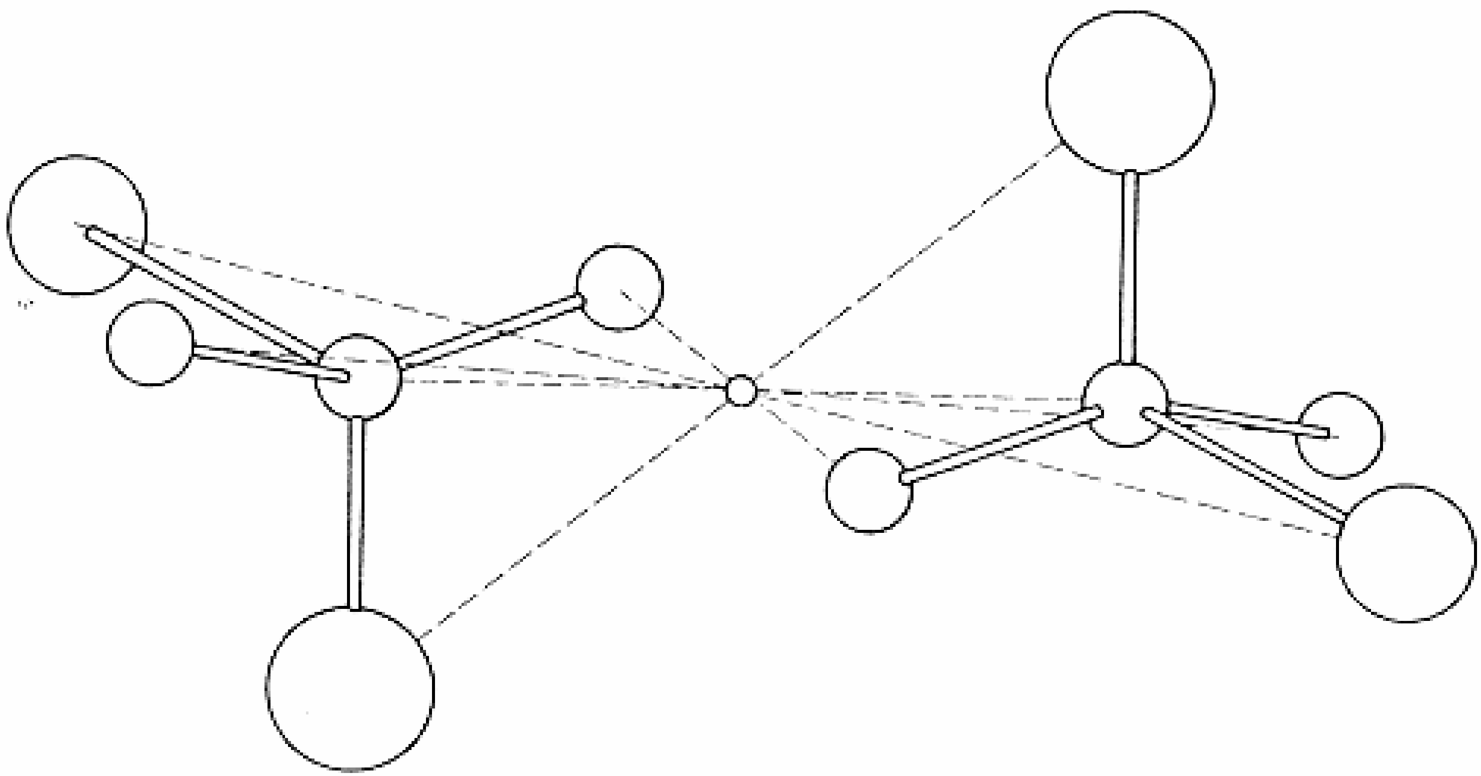
Morfologija

- Dio mineralogije koji se bavi proučavanjem vanjskog izgleda minerala naziva se morfologija.
- Sve kristalizirane tvari, pa tako i minerali, mogu se razviti u kristalima. Kristal je kruto tijelo omeđeno prirodnim plohama nastalim prilikom njegova rasta koje su vanjski odraz njegove pravilne unutrašnje građe. Kristalne plohe su paralelne s mrežnim ravninama.
- Kristal - (prema drugoj terminologiji) svaka kruta tvar koja se odlikuje pravilnom unutrašnjom građom bez obzira kakav je vanjski izgled.

Elementi simetrije

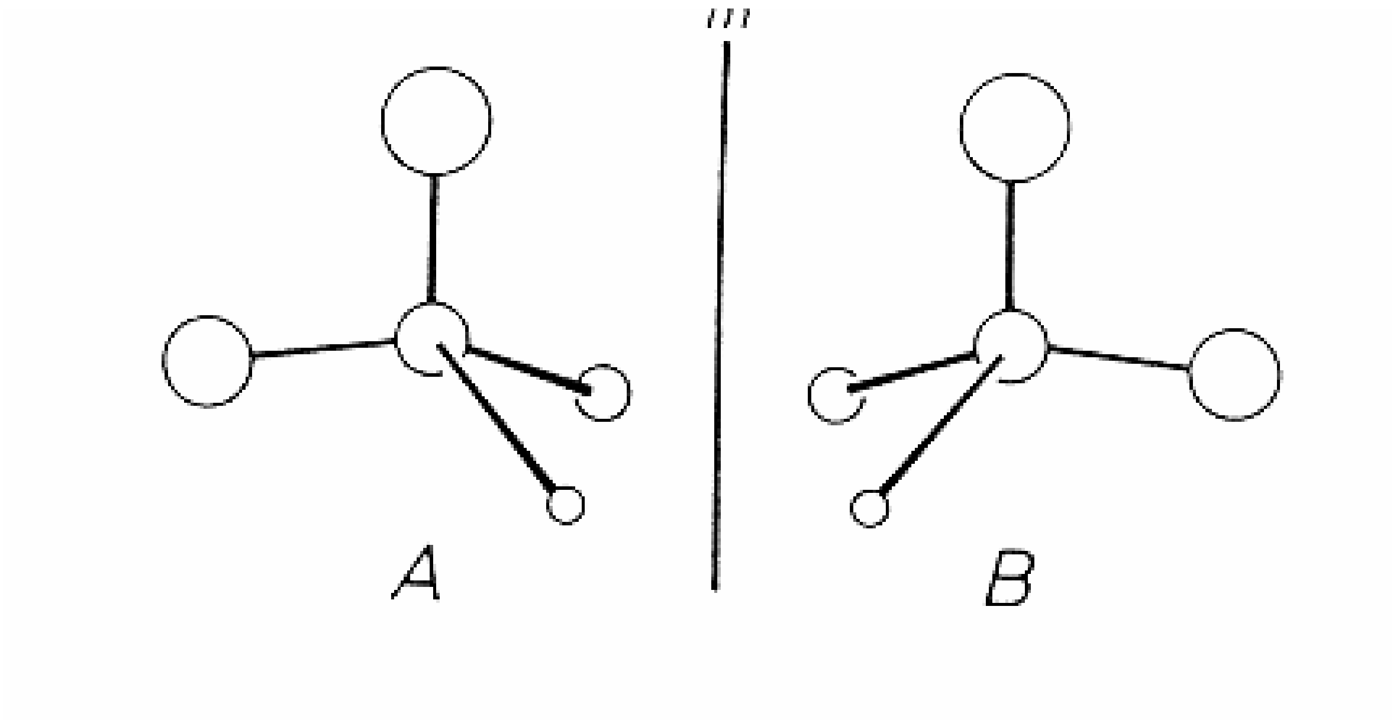
Simetrijska operacija	Element simetrije	O z n a k e	
		Klasične	Internacionalne
Preslikavanje u točki, inverzija	Centar simetrije	C	$\bar{1}$
Preslikavanje u ravnini, zrcaljenje ili refleksija	Ravnina simetrije, zrcalo	P	m
Rotacija oko pravca	Os simetrije, gira	L^1, L^2, L^3, L^4, L^6	1, 2, 3, 4, 6

Centar simetrije



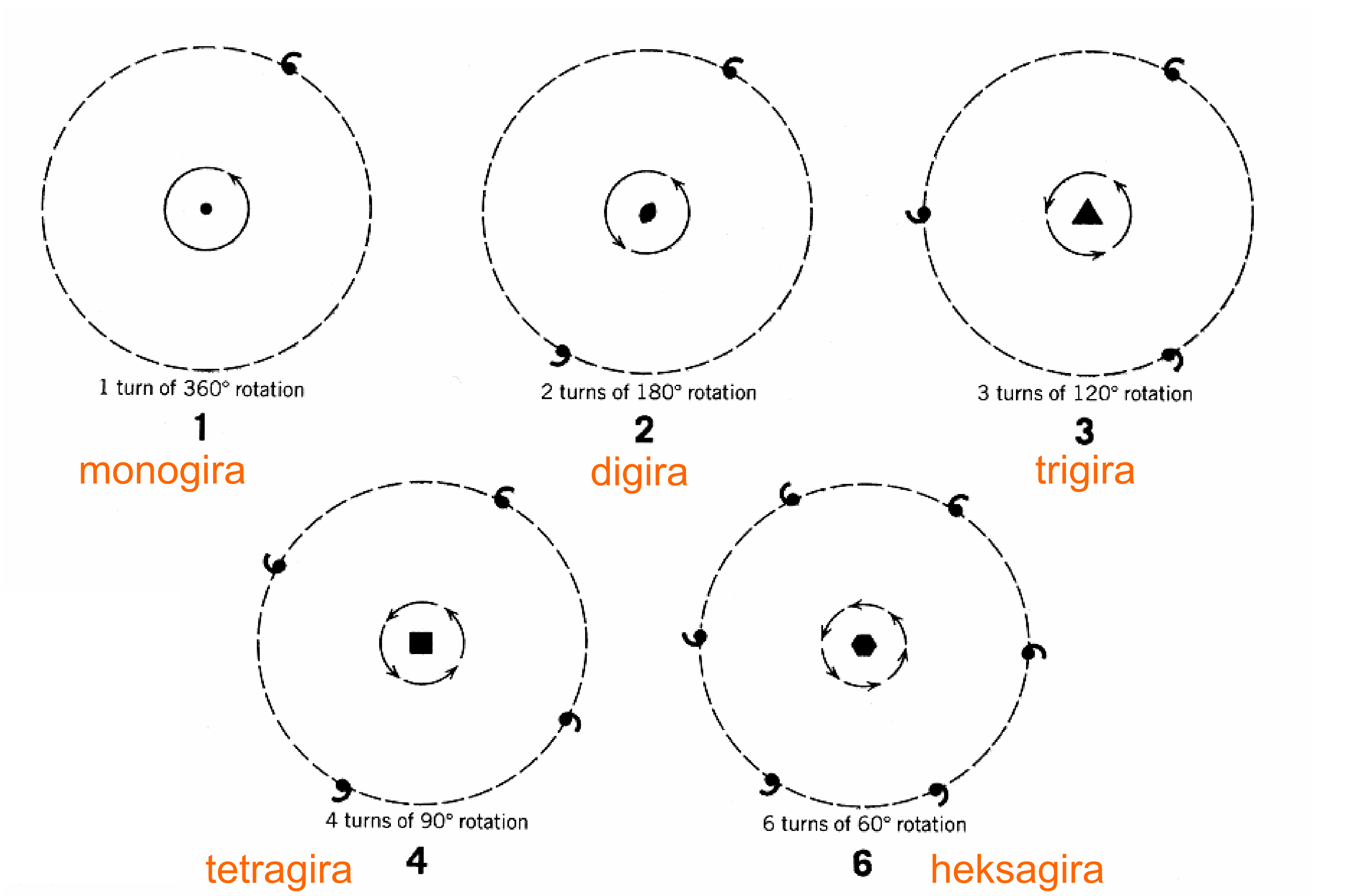
preuzeto iz 5

Ravnina simetrije

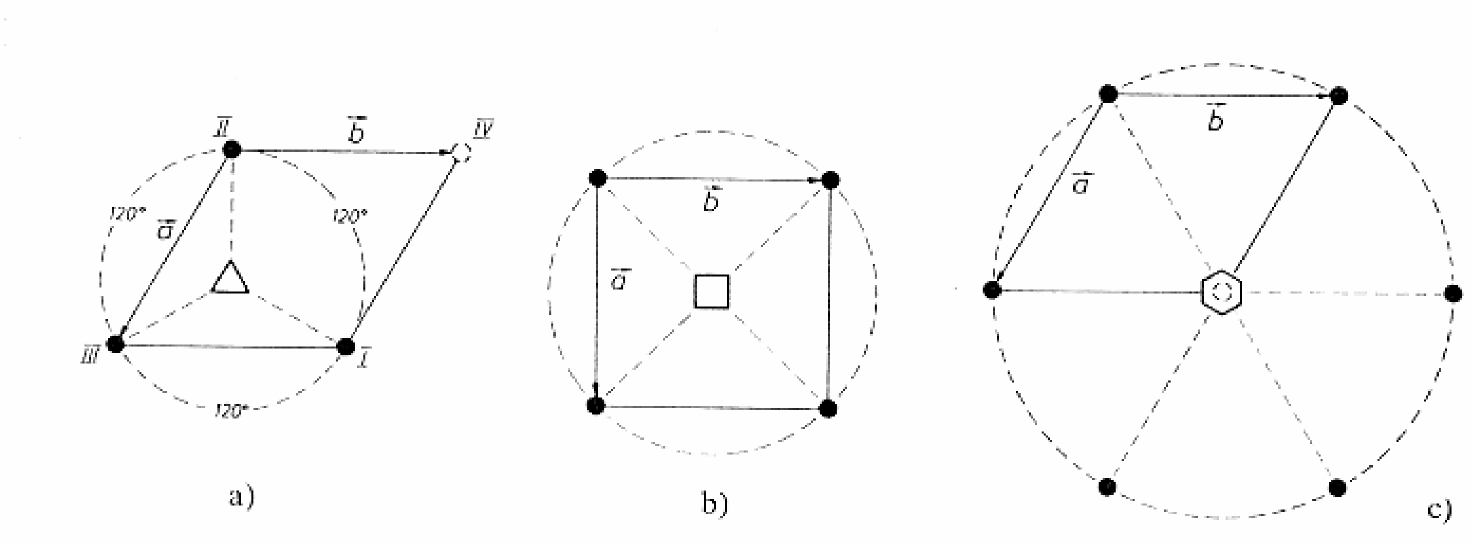


preuzeto iz 5

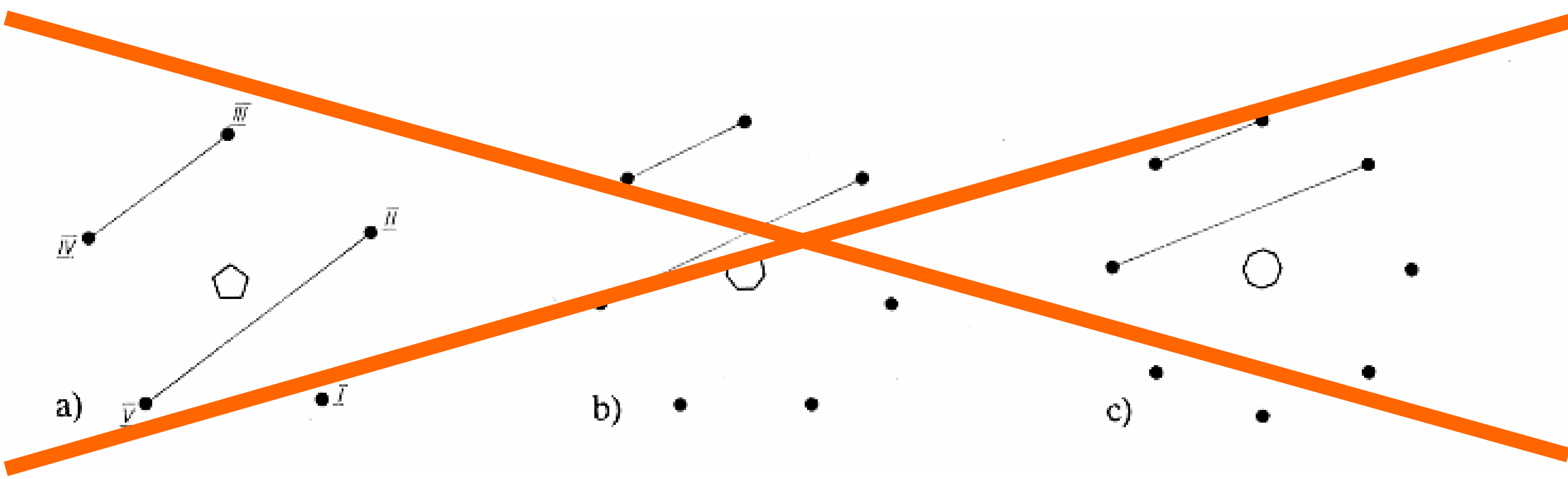
Osi simetrije



preuzeto iz 1

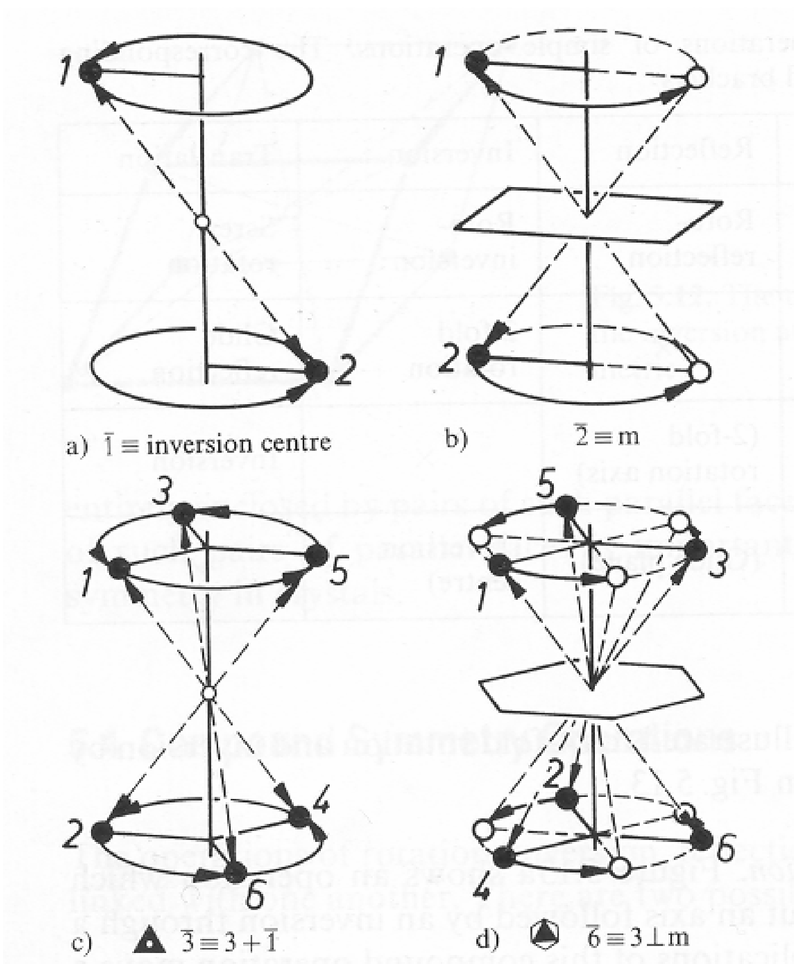


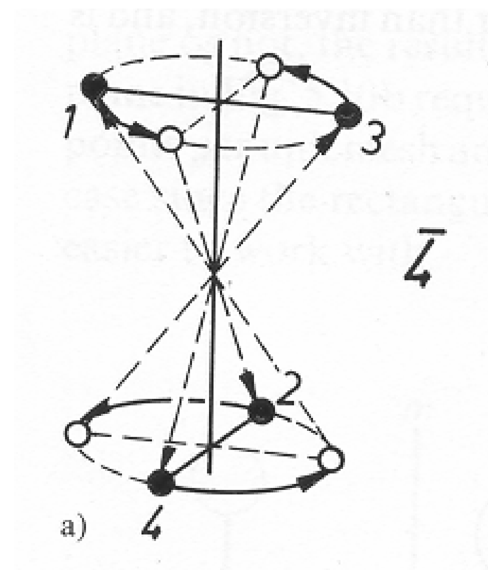
Moguće su osi koje su u skladu s periodičnom građom kristala



preuzeto iz 5

Složene osi simetrije
rotoinverzne i rotorefleksne osi





$$\tilde{1} \equiv \bar{2}$$

$$\tilde{2} \equiv \bar{1}$$

$$\tilde{3} \equiv \bar{6}$$

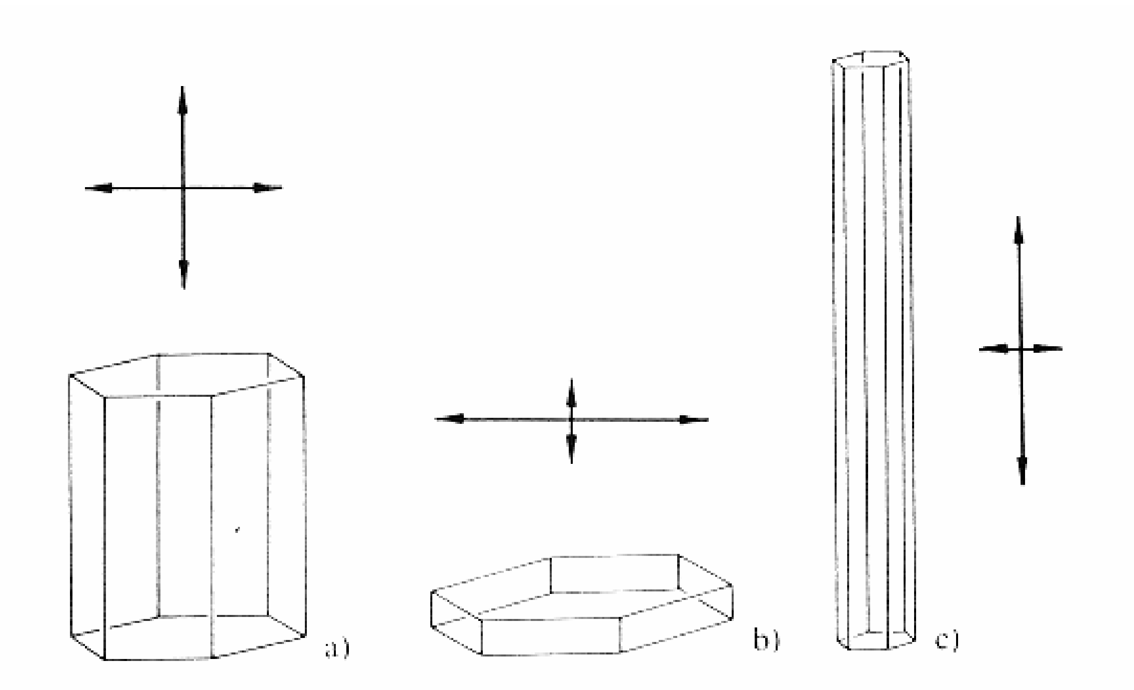
$$\tilde{4} \equiv \bar{4}$$

$$\tilde{6} \equiv \bar{3}$$

preuzeto iz 5

Forma

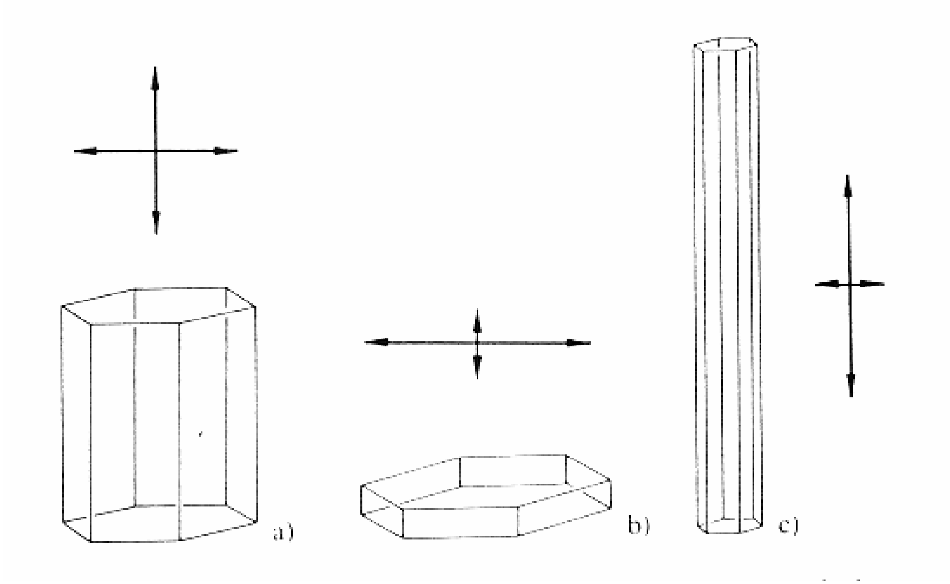
- Forma je skup simetrijski identičnih ploha tj. ploha koje su međusobno povezane elementima simetrije. Sve plohe neke forme imaju isti odnos prema elementima simetrije.
- Razlikujemo različite forme.
  - otvorene i zatvorene forme. Otvorena forma je ona čije plohe, bez obzira koliko ih produljili, nikada ne mogu same za sebe zatvoriti neki volumen.
- Kad opisujemo kristal, mi navodimo koje su forme na njemu prisutne npr. heksagonska prizma i bazni pinakoid



preuzeto iz 5

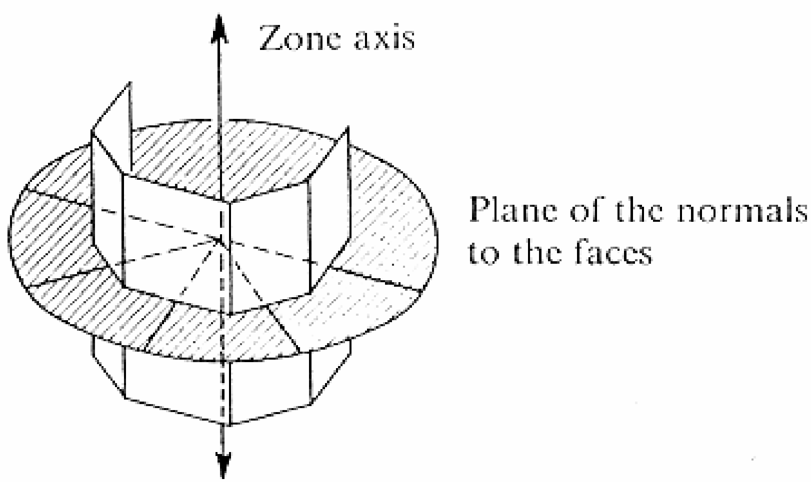
Habitus

- Pomoću habitusa definiramo relativnu veličinu pojedinih ploha. Različiti habitusi su posljedica vanjskih utjecaja na rast kristala
  - ekvidimenzionalni, pločasti, prizmatski ili igličasti



Zona

- Zona je skup ploha koje se sijeku, odnosno koje bi se sjekle, u paralelnim bridovima. To zapravo znači da zonu čine sve plohe koje su paralelne s nekim pravcem. Taj se pravac naziva os zone. Ravnina okomita na os zone naziva se zonska ravnina i u njoj leže okomice tj. normale na plohe iz te zone



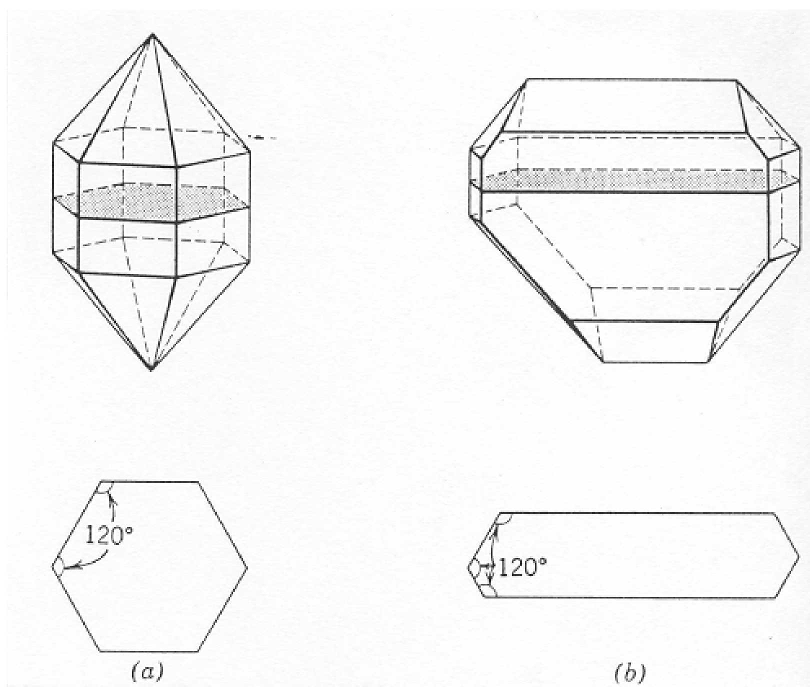
preuzeto iz 5

Zona - nastavak

- Zonu definiraju bilo koje dvije neparalelne plohe, jer postoji samo jedan pravac s kojim su obje paralelne, a on je paralelan s bridom u kojem se te plohe sijeku.
- Svaka ploha na kristalu mora ležati u presjecištu najmanje dvije zone, odnosno mora pripadati najmanje dvjema zonama. To je tzv. treći kristalografski zakon ili zakon zona.

Idealni i razvučeni kristali

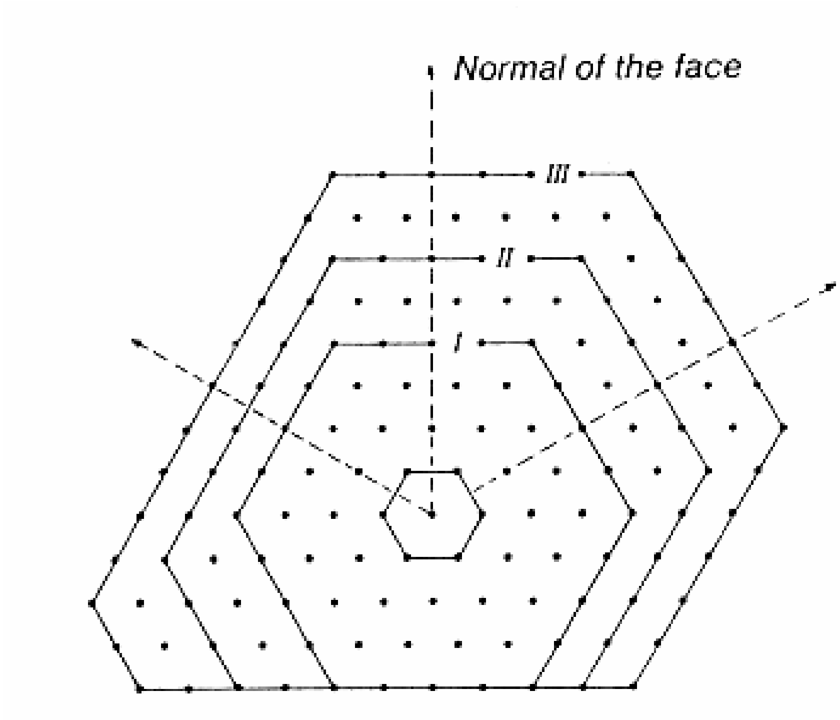
- Prilikom rasta kristala, zbog vanjskih utjecaja na njihov rast, mogu nastati kristali različitih oblika.
  - idealni - simetrijski iste plohe su na njima iste veličine tj. geometrijski su iste. Ista veličina ploha posljedica je jednake brzine rasta u simetrijski identičnim smjerovima.
  - razvučeni kristali - simetrijski identične plohe više nisu geometrijski jednake.



preuzeto iz 1

I. kristalografski zakon zakon o stalnosti kuteva

- Kutevi između odgovarajućih ploha na svim kristalima neke mineralne vrste jednaki su, bez obzira nalazište kristala, uz uvjet da se mjere uz stalni pritisak i temperaturu.
- 1669. Niels Stensen (Nicolaus Steno)
- to svojstvo kristala može se koristiti u identifikacijske svrhe



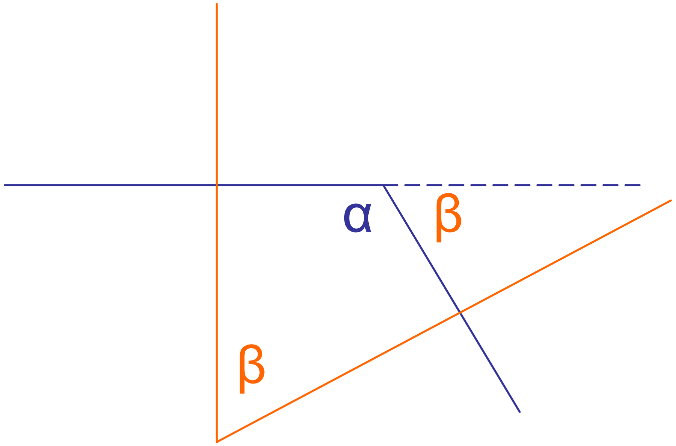
preuzeto iz 5

Kristalne plohe pomiču se pri rastu uvijek paralelno svom prvotnom položaju i uvijek su paralelne s mrežnim ravninama, koje imaju uvijek isti položaj određen parametrima jedinične ćelije karakterističnim za pojedine minerale.

Mjerenje kuteva

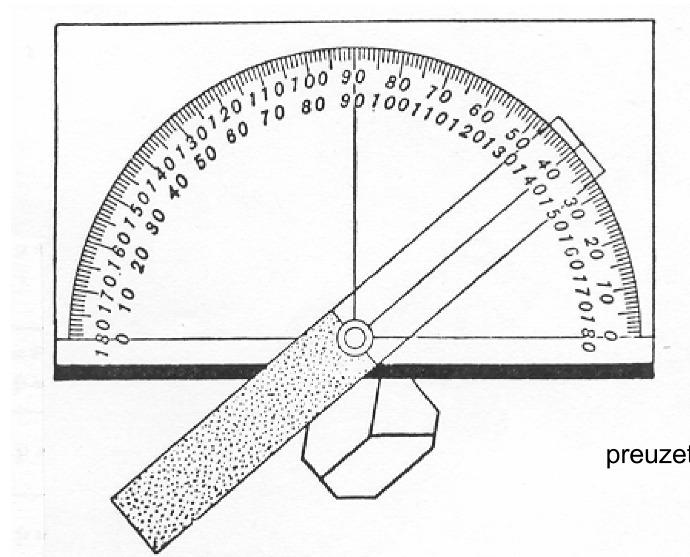
- plošni kut (α) i normalni kut (β)

$$\alpha+\beta=180°.$$

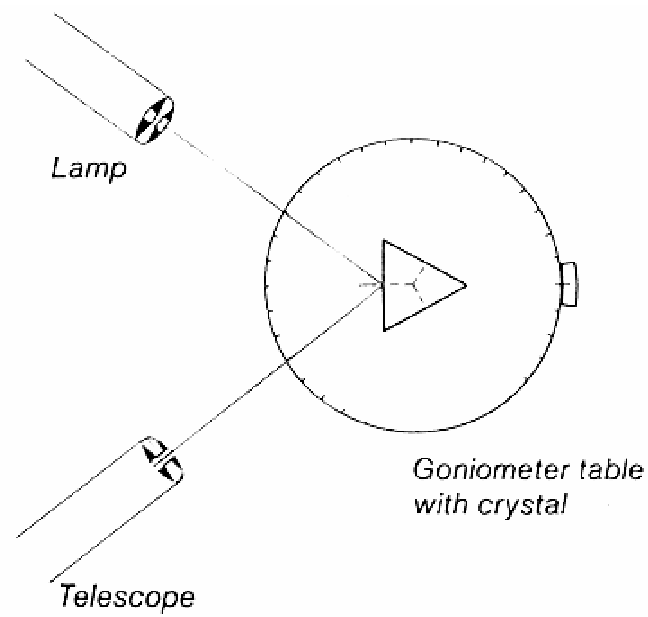


Goniometri

- goniometri - naprave pomoću kojih se mjere kutevi
- prema principu na kojem se temelji mjerenje razlikuju se:
  - kontaktni - mjerenje se ostvaruje prislanjanjem krakova goniometra uz kristalne plohe stoga se pomoću njih mogu mjeriti samo krupniji kristali i to s relativno niskom točnošću
  - refleksni - mjerenje je temeljeno na refleksiji svjetla s kristalne plohe. Zraka svjetla koja dolazi iz kolimatora reflektira se s plohe u dalekozor, kroz koji promatramo plohu, samo onda kad je normala na plohu raspolovnica kuta između osi kolimatora i osi dalekozora.
- prema broju mjernih krugova:
  - jednokružni
  - dvokružni goniometri



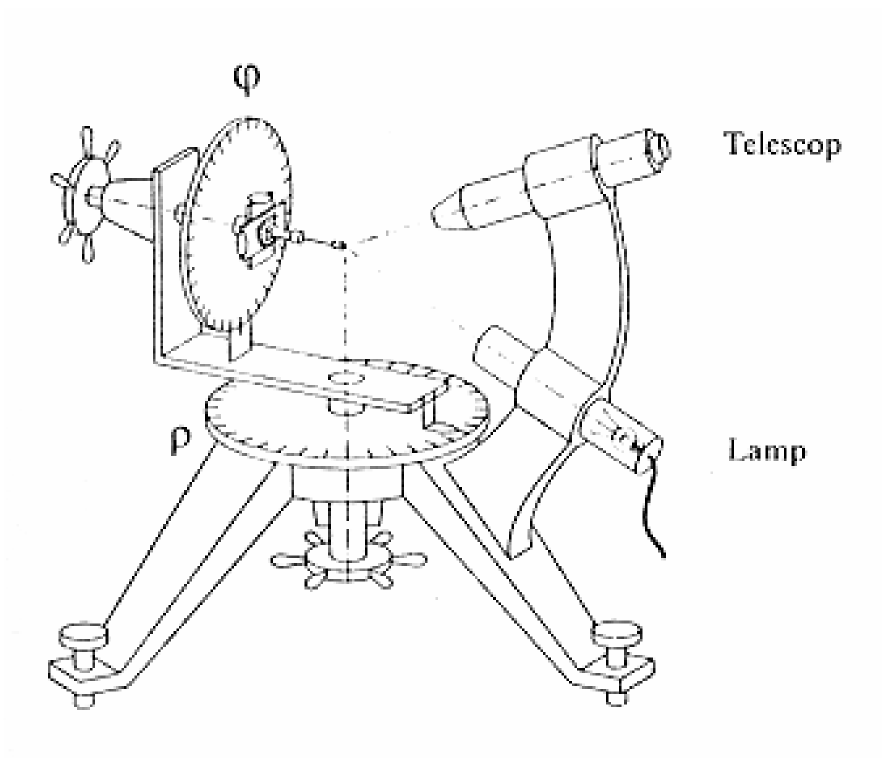
preuzeto iz 1



preuzeto iz 5

Dvokružni refleksni goniometar

– Kod dvokružnih refleksnih goniometara dobija se prostorni raspored normala na plohe koji je definiran s dva kuta, azimutom i polarnom udaljenošću



preuzeto iz 5

Sferna projekcija

- Kod projekcija se težište stavlja na kutne odnose među plohama. Sferna projekcija je projekcija kristala, na površinu kugle odnosno sfere. Kristal, odnosno plohe s njega projiciramo tako da ga stavimo u središte kugle, a zatim iz središta kristala odnosno kugle povlačimo normale na kristalne plohe. Broj normala jednak je broju ploha. Te se normale produžuju dok ne probodu površinu kugle. Ta se probodišta nazivaju polovi i svaki je pol projekcija jedne kristalne plohe.

Sferna projekcija

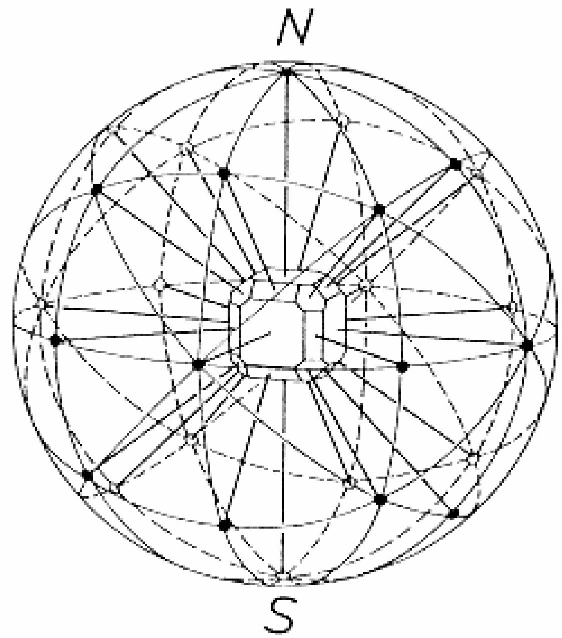


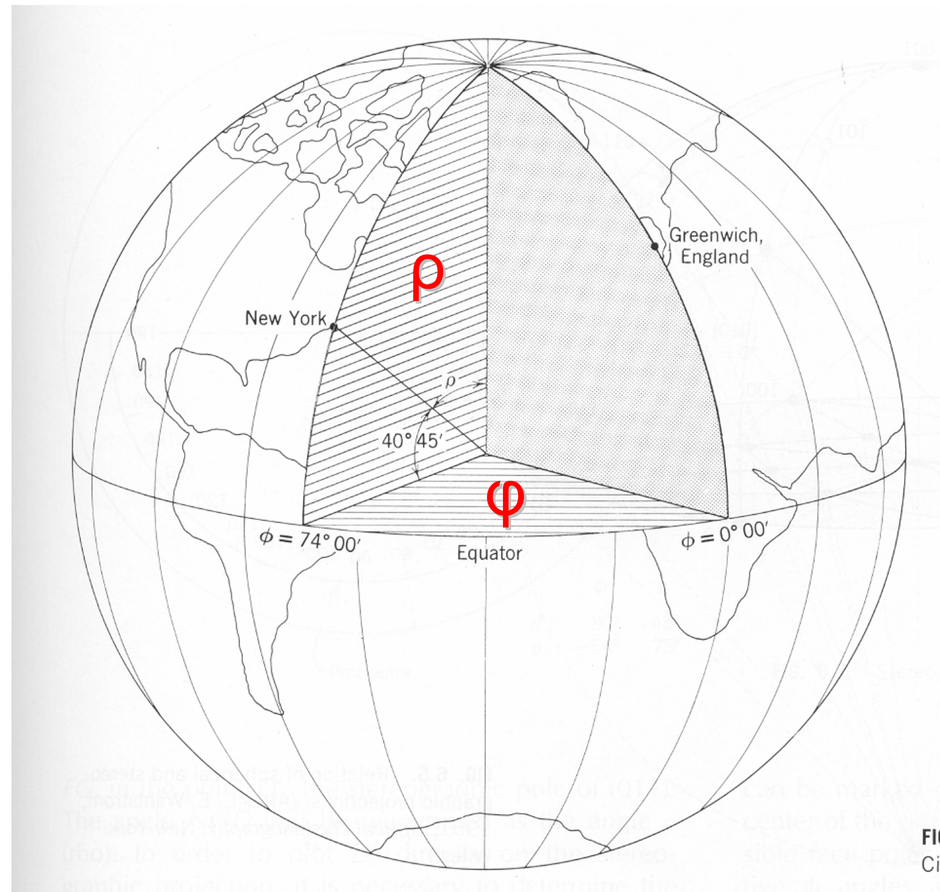
Fig. 4.9

preuzeto iz 5

- polovi u sfernoj projekciji leže na velikim krugovima tj. na onima čiji je radijus jednak radijusu kugle. Polovi koji leže na istom krugu pripadaju plohama iz iste zone i ti su krugovi zapravo presjecišta zonskih ravnina i površine kugle, odnosno projekcije zonskih ravnina na površini kugle.

Sferne koordinate

- definiraju položaj polova na površini sfere
  - –polarna udaljenost (ρ)
  - –azimut (ϕ)
    - u početnoj meridijanskoj ravnini leži normala na plohu (010)



Stereografska i gnomonska projekcija

- Kako je sferna projekcija i dalje trodimenzionalna njome se ne služimo u svakodnevnom poslu, ali ona je potrebna jer se iz nje izvode dvodimenzionalne projekcije kao što su stereografska i gnomonska pomoću kojih kristal možemo projecirati na papiru

Stereografska projekcija

- To je projekcija kristala na ekvatorijalnu ravninu kugle koja je omeđena linijom ekvatora, odnosno osnovnom kružnicom stereografske projekcije. Stereografska projekcija se izvodi iz sferne tako da se polovi sferne projekcije spajaju sa suprotnim polom kugle. Spojnice probadaju ekvatorijalnu ravninu kugle i svako to probodište je projekcija jedne kristalne plohe. Da bi razlikovali plohe s gornje od ploha s donje polovice kristala moramo u projekciji za njih koristiti različite simbole.

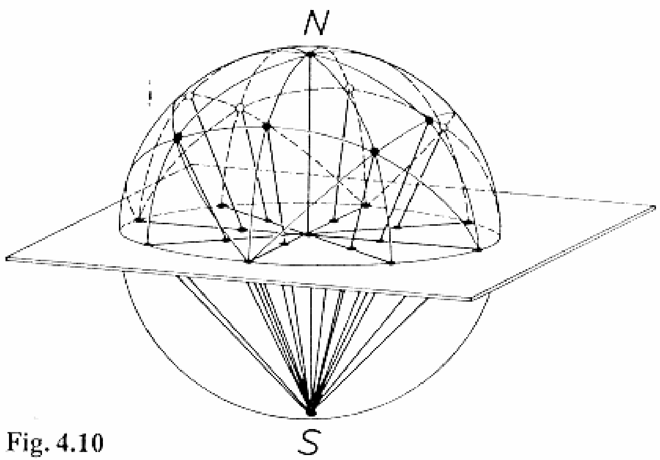


Fig. 4.10

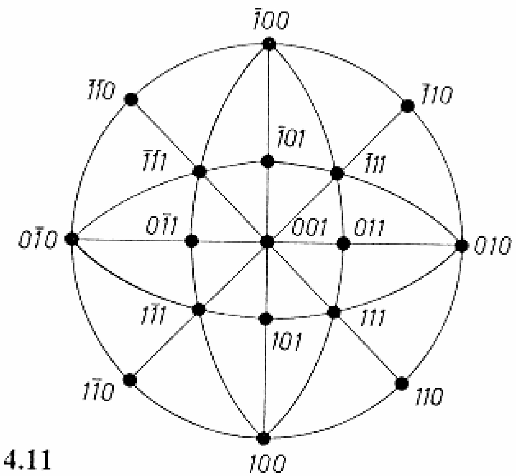
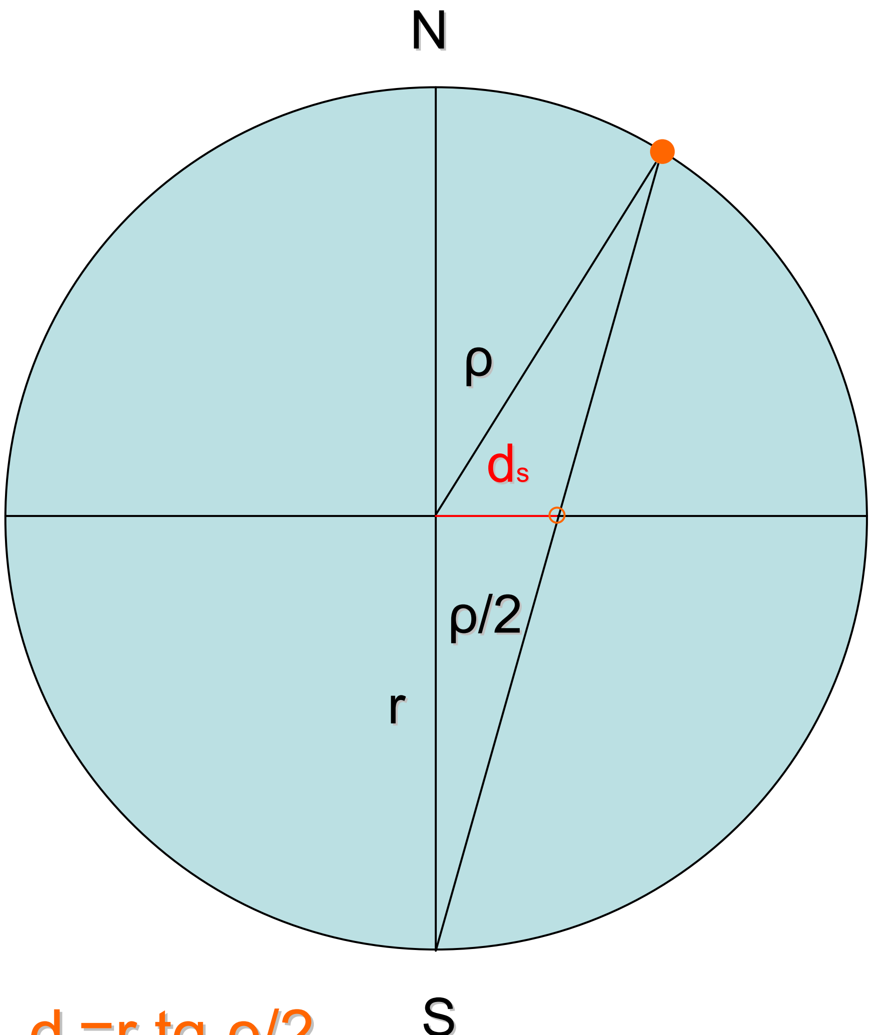


Fig. 4.11

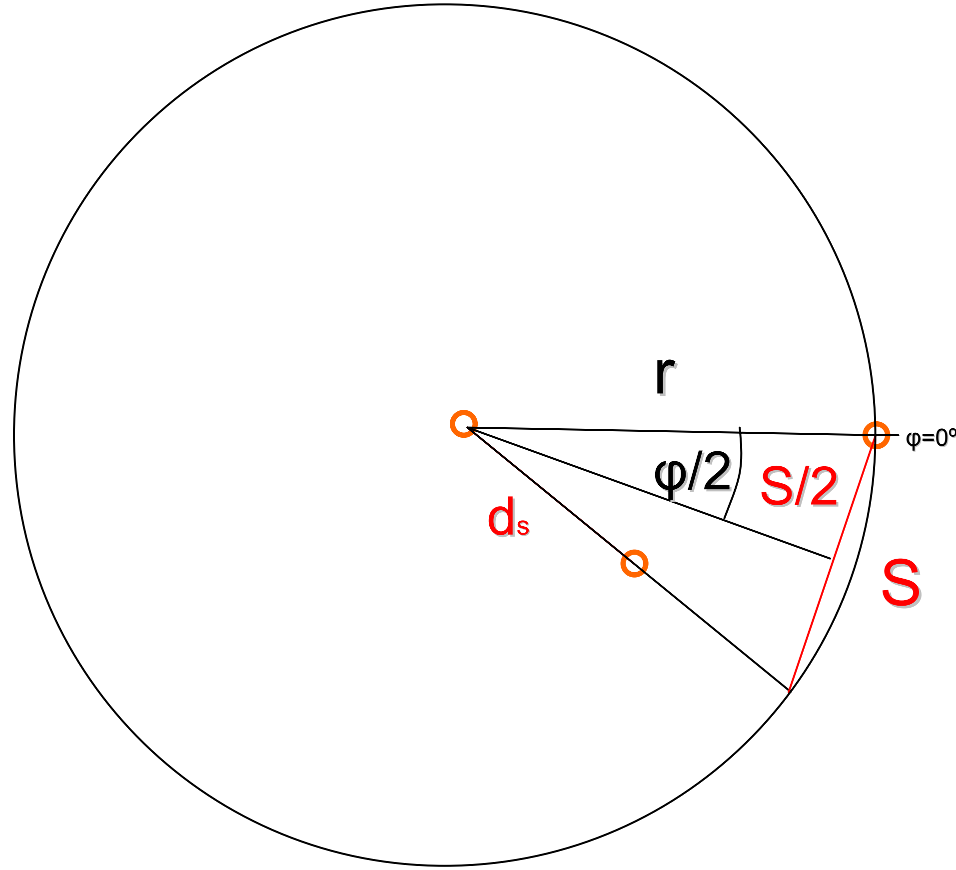
Crtanje projekcije

- Projekcija se crta na temelju sfernih koordinata ili pomoću Wulffove mreže ili na temelju sfernih koordinata odnosno iz njih izračunatih dviju vrijednosti (d i S). položaj točaka na ekvatorijalnoj ravnini jednoznačno je određen udaljenošću projekcione točke od središta projekcije (d) te veličinom tetive koja spaja točku u kojoj početni meridijan presijeca osnovnu kružnicu s točkom u kojoj tu kružnicu presijeca meridijan u kojem leži pol plohe koju projiciramo (S).

Stereografska projekcija - crtanje



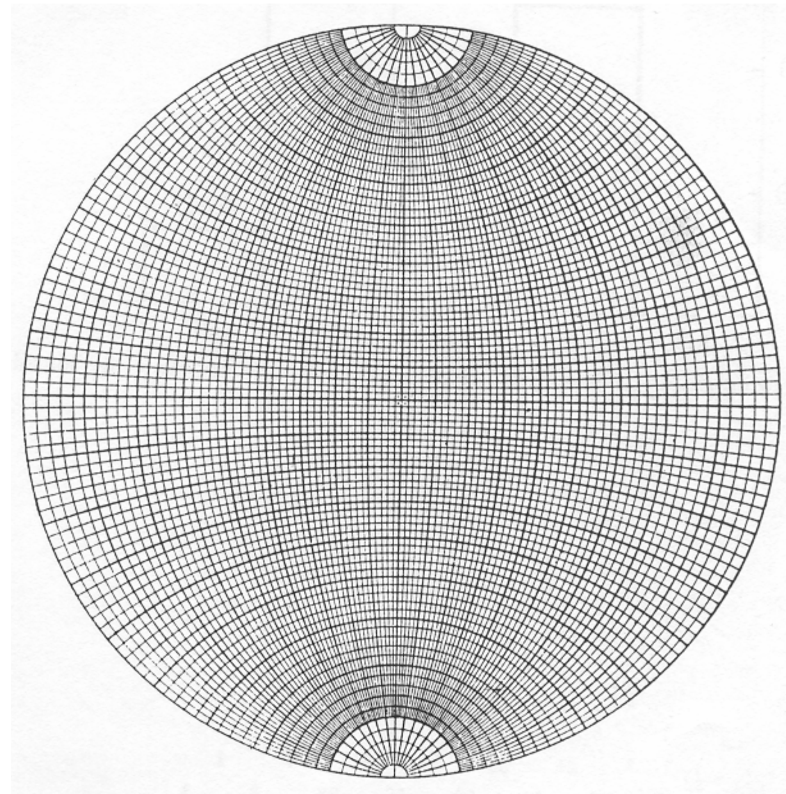
$d_s = r \ \mathrm{tg} \ \rho/2$



$S = 2r \sin \varphi/2$

Wulffova mreža

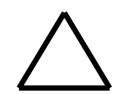
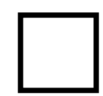
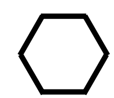
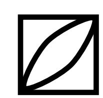
- Wulffova mreža je mreža koja se koristi za rad sa stereografskom projekcijom. To je zapravo stereografska projekcija meridijana i paralela s kugle, s tim da je kod njihovog projiciranja kugla bila orijentirana tako da je linija sjever-jug ležala u ravnini projekcije. U pravilu projicirani su meridijani i paralele koji su razmaknuti po dva stupnja, a zbog jednostavnosti rada svaki puni deseti stupanj izvučen je zadebljano.
- Koristi se za:
  1. crtanje stereografske projekcije na temelju poznatih sfernih koordinata
  2. očitavanje približnih sfernih kordinata iz stereografske projekcije
  3. očitavanje kuta između dvije plohe
  4. iscrtavanje zone, odnosno zonske ravnine, u kojoj leže dvije plohe
  5. projiciranje kristala u nestandardnoj orijentaciji, odnosno za njegovo rotiranje.



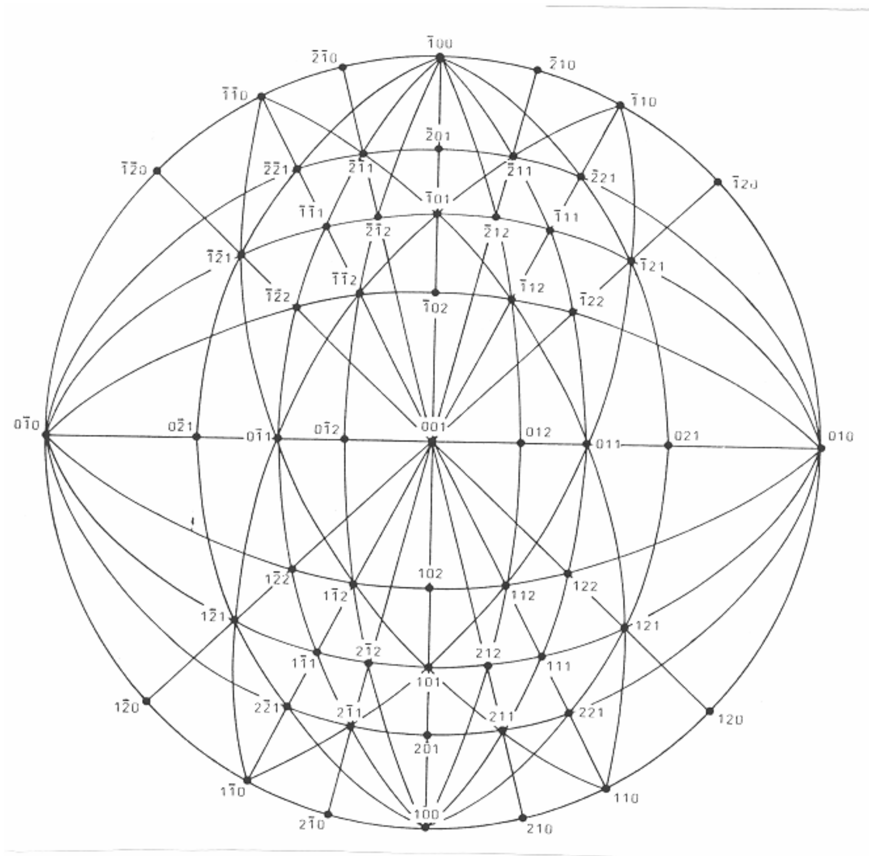
Projiciranje elemenata simetrije i zona

- Princip projiciranja elemenata simetrije i zonskih ravnina je sličan kao i princip projiciranja ploha, gleda se kako osi simetrije odnosno ravnine probadaju ili presijecaju kuglu, a zatim ta probodišta odnosno presjecišta (samo ona s gornje polovice kugle) projiciramo po principima stereografske projekcije. Osi simetrije, tj. probodišta označavamo grafičkim simbolima. Princip projiciranja ravnina simetrije i zonskih ravnina je isti, ali te ravnine u projekciji različito označavamo. Ravnine simetrije označavamo punim linijama, a zonske isprekidanim. Horizontalna ravnina projicira se kao osnovna kružnica, vertikalne kao dijametri, a kose kao lukovi.

Grafičke oznake za elemente simetrije

ravnina simetrije	
centar simetrije	
digira	
trigira	
tetragira	
heksagira	
rotoinverzna tetragira	

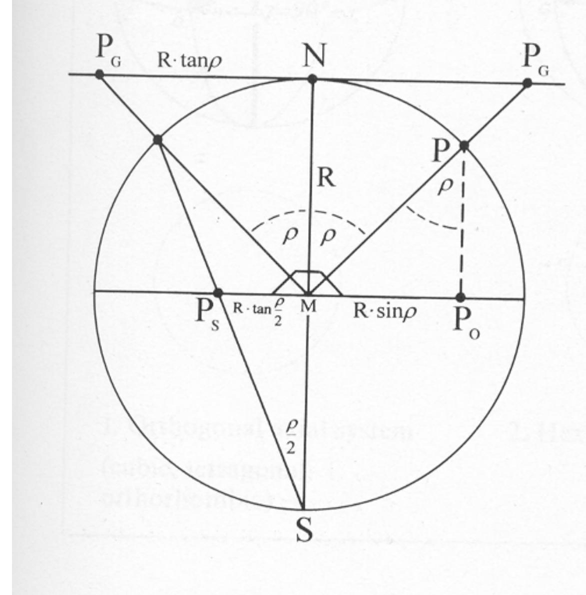
Projekcija zona



preuzeto iz 5

- Plohe koje pripadaju istoj zoni prepoznati ćemo po tome što leže na istom velikom luku tj. na onom koji spaja dvije dijametralno suprotne točke na kružnici.

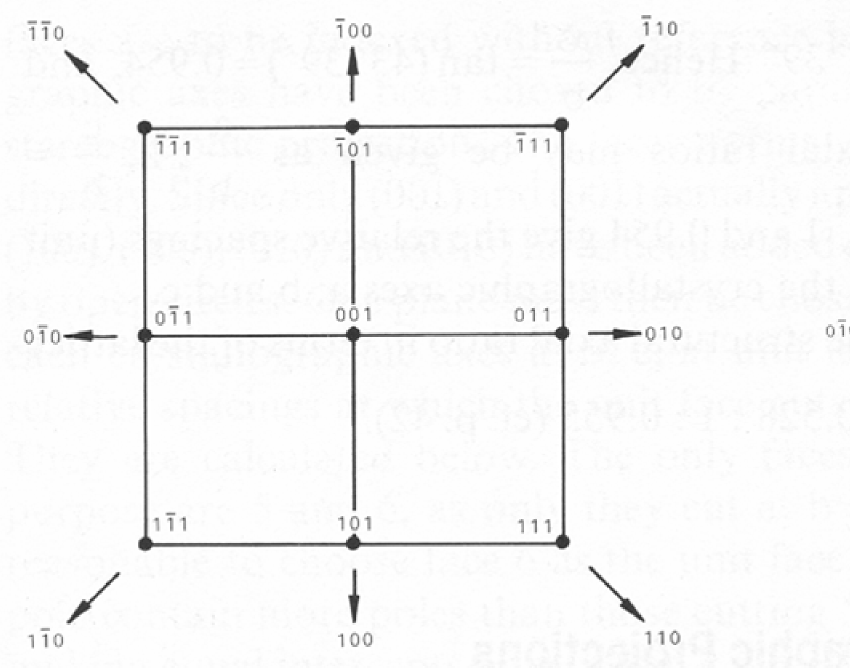
Gnomonska projekcija



- ravnina projekcije tangira kuglu u N polu

  d_g=r tg ρ

- služi za indiciranje
- zone su prikazane ravnim linijama



preuzeto iz 5

Označavanje ploha

- mora se temeljiti na nečemu što je za plohe karakteristično – njihov položaj prema kristalografskim osima
- dva načina označavanja
  - – Weissovi koeficijenti
    - opći oblik - ma:nb:pc
  - – Millerovi indeksi
    - opći oblik – (hkl)

Odnos parametara plohe ili osni odnos

- položaj plohe u prostoru jednoznačno je određen odsječcima u kojima ploha siječe osi tj. parametrima

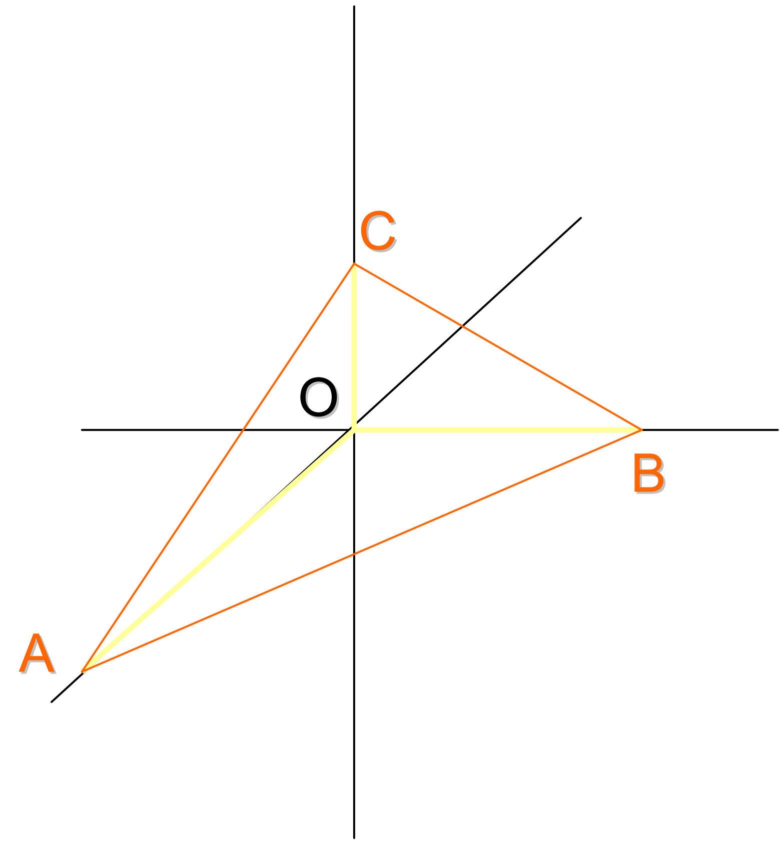
OA = a; OB = b; OC = c

a, b, c su parametri plohe ABC

a:b:c odnos parametara

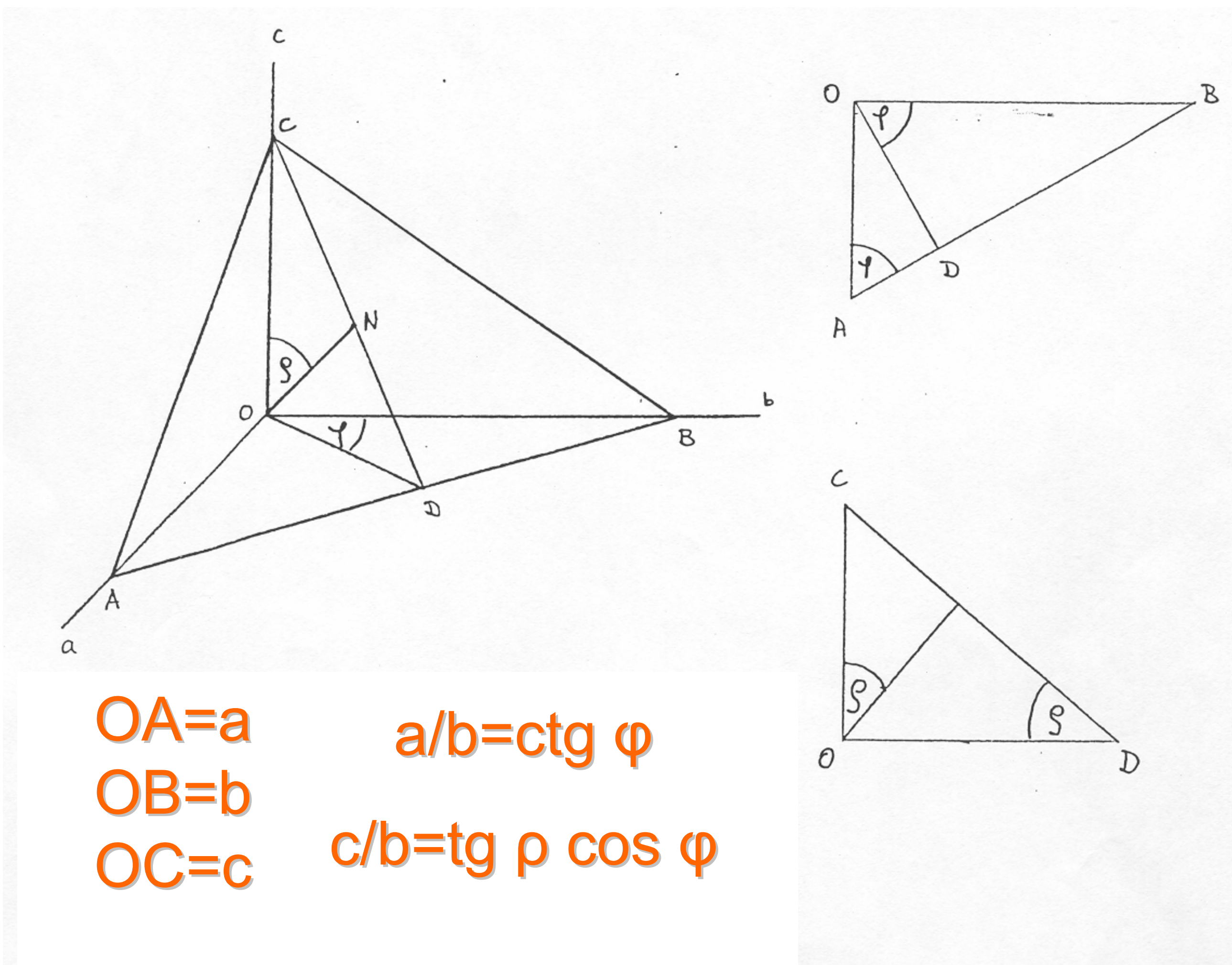
a/b:b/b:c/b tj. a/b:1:c/b

- jedinična ploha – ploha koja sve tri osi siječe u jediničnim odsječcima tj. njeni parametri služe kao jedinice mjere po kristalografskim osima
  - jedinice moraju biti u skladu s dimenzijama jedinične ćelije



Odnos parametara plohe

- određuje se na temelju sfernih koordinata



OA=a
OB=b
OC=c

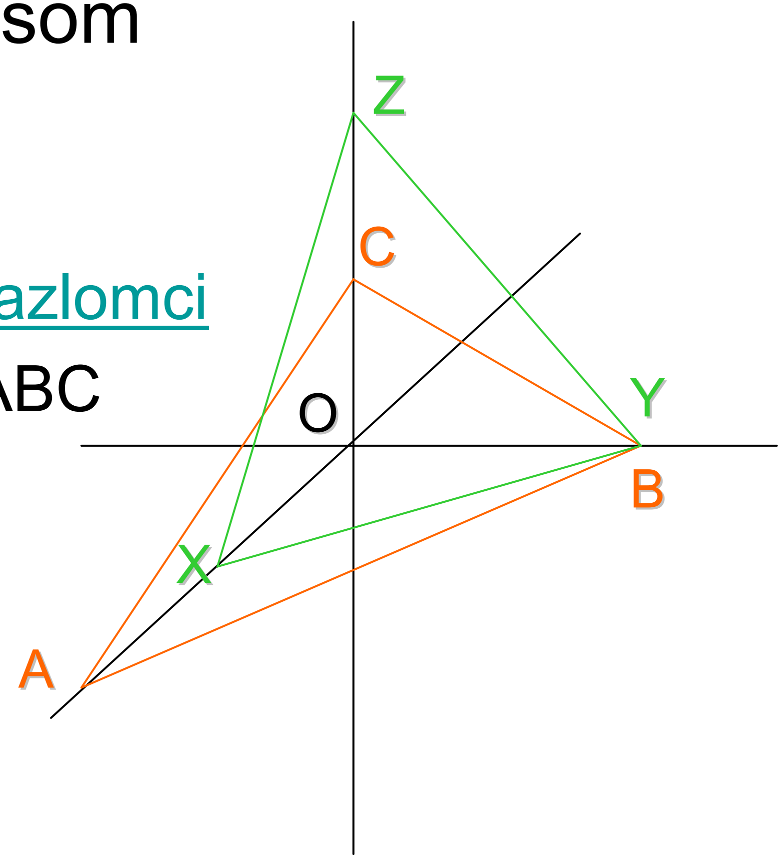
$a/b = \mathrm{ctg}\ \varphi$

$c/b = \mathrm{tg}\ \rho \cos \varphi$

Weissovi koeficijenti

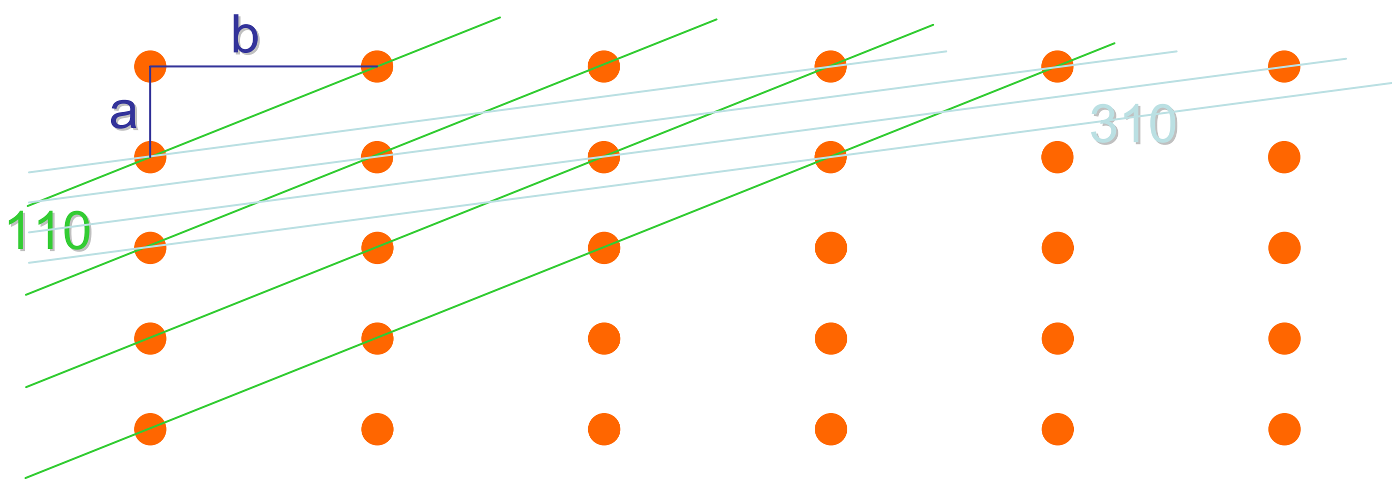
- dobivaju se uspoređivanjem osnog odnosa plohe s osnim odnosom jedinične plohe
  - –općenito ma:nb:pc

    m,n,p su mali cijeli brojevi ili razlomci
  - –za jediničnu plohu tj. plohu ABC
    - •a:b:c
  - –za plohu XYZ
    - •1/2a:b:2c



Drugi kristalografski zakon ili zakon o racionalnom odnosu parametara

- Na kristalu su moguće samo one plohe čiji osni odnosi u usporedbi s osnim odnosom jedinične plohe daju male cijele brojeve ili razlomke (René-Just Haüy - 1801.)



Millerovi indeksi

- recipročne vrijednosti Weissovih koeficijenata, dobiju se dijeljenjem osnog odnosa jedinične plohe s osnim odnosom promatrane plohe
- općeniti izgled hkl – tri najmanja moguća cijela broja
  - za plohu ABC - (111)
  - za plohu XYZ - 2 1 ½ /*2

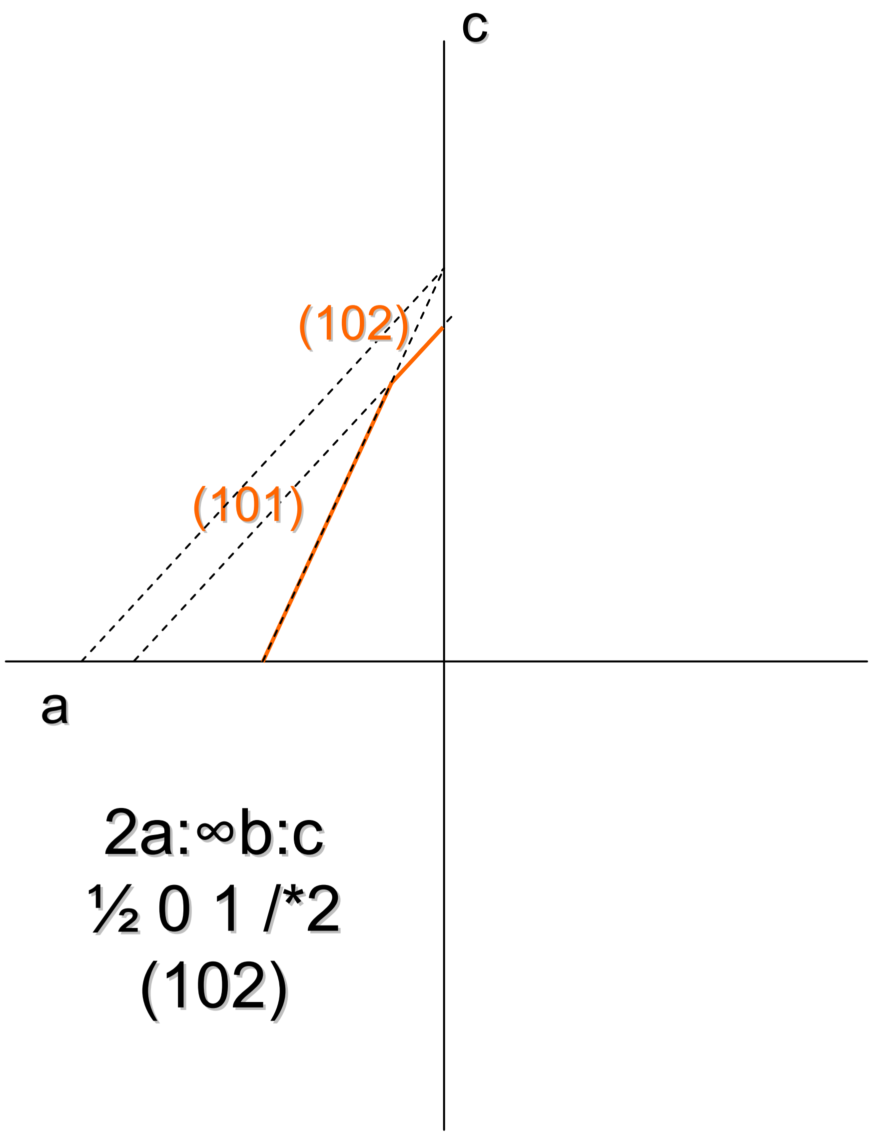
(421)

222 => 111

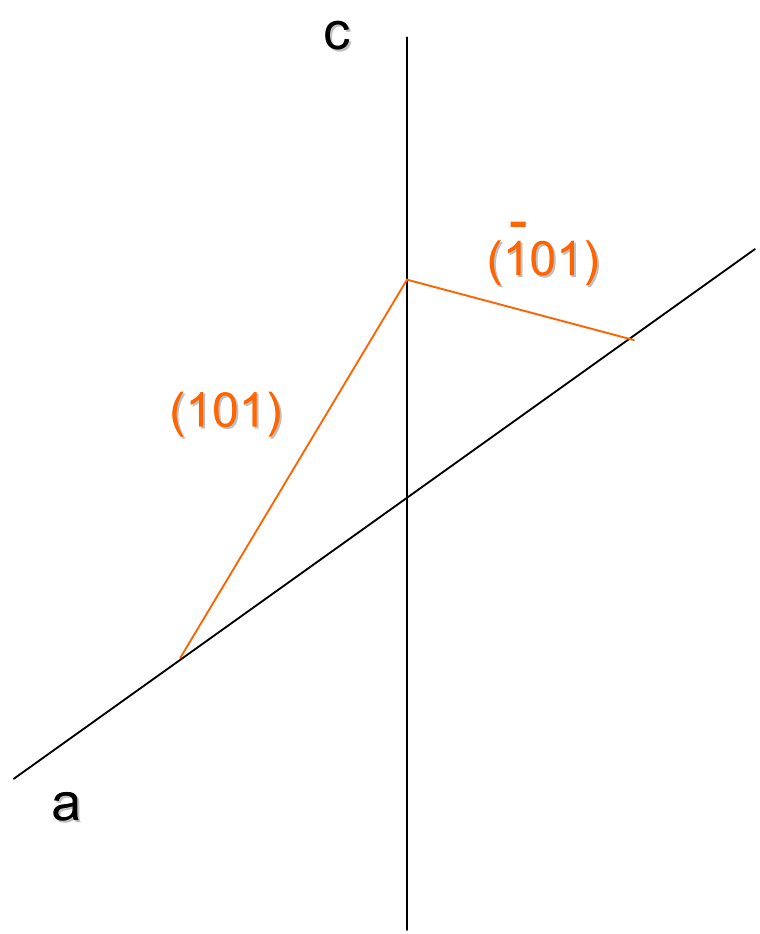
200 => 100

$1\bar{1}1$

Millerovi indeksi



2a:∞b:c
½ 0 1 /*2
(102)

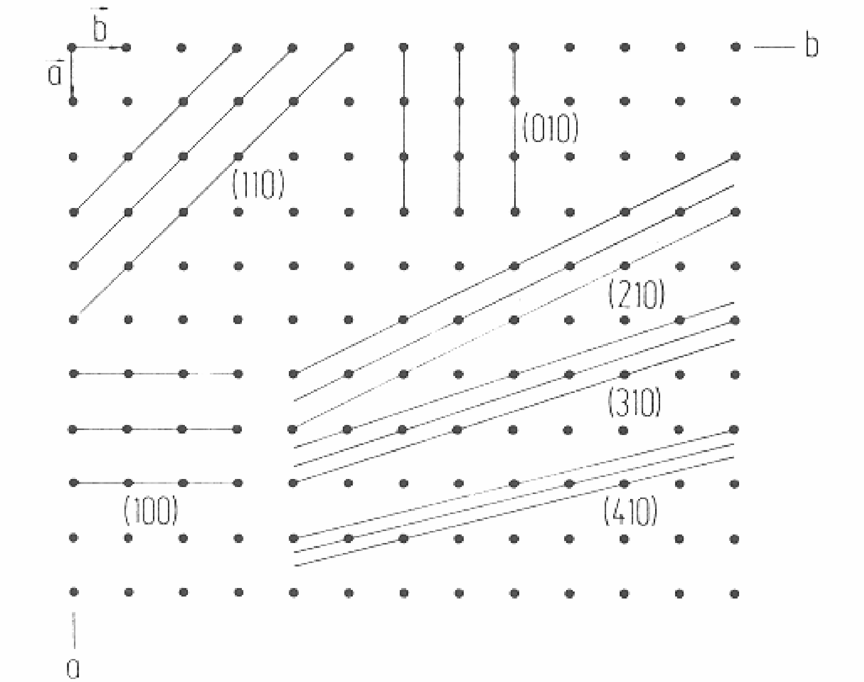


Millerovi indeksi

- Millerovi indeksi u različitim zagradama koriste se za označavanje različitih stvari:
  - (hkl) – označava jednu plohu
  - {hkl} – označava formu
  - [uvw] – označava smjer, kristalografsku os ili os zone npr. [100] označava os a
  - <uvw> - označava simetrijski identične smjerove
- u heksagonskom sustavu Bravais-Millerovi indeksi (hkil)
  - h+k+i=0 pa se ponekad piše samo hkl ili hk.l

Označavanje mrežnih ravnina

- Millerovi indeksi koriste se i za označavanje mrežnih ravnina, s tim da jednim indeksom označavamo čitav set paralelnih mrežnih ravnina



preuzeto iz 5

Zonski račun

- pomoću zonskog računa možemo:
  - izračunati indeks zone [uvw] koju definiraju dvije neparalelne plohe $(h_1k_1l_1)$ i $(h_2k_2l_2)$

$$\begin{array}{c|ccccc|c} h_1 & k_1 & l_1 & h_1 & k_1 & l_1 \\ h_2 & k_2 & l_2 & h_2 & k_2 & l_2 \end{array}$$

tj. $u=(k_1xl_2)-(k_2xl_1)$

$v=(l_1xh_2)-(l_2-h_1)$

$w=(h_1xk_2)-(h_2xk_1)$

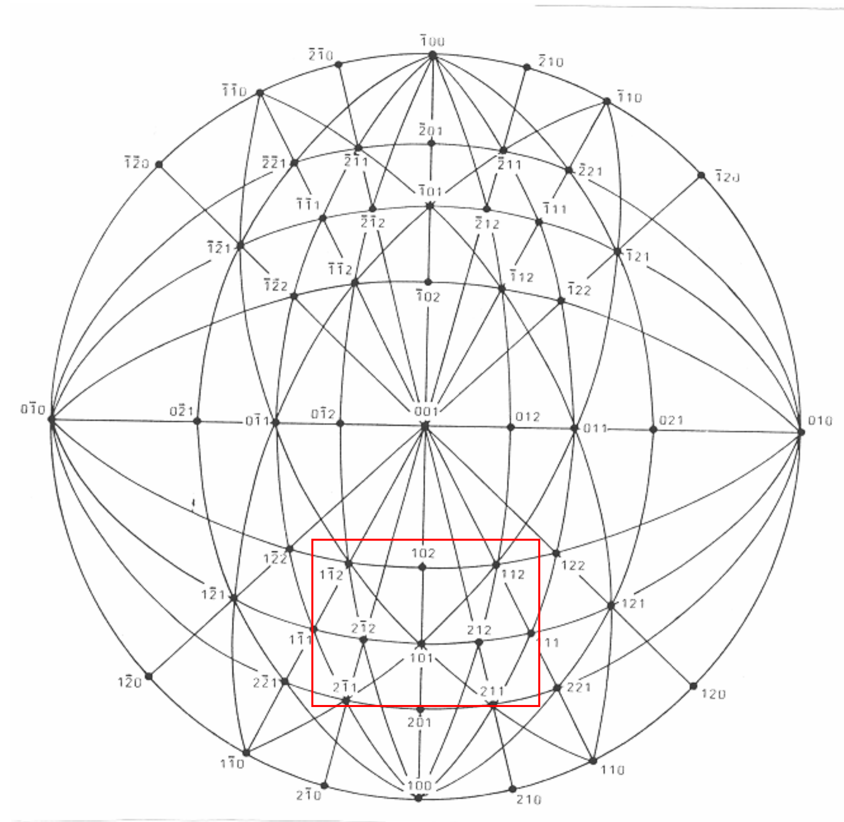
  - izračunati indeks plohe (hkl) koja se nalazi u presjecištu dvije zone $[u_1v_1w_1]$ $[u_2v_2w_2]$
  - provjeriti da li ploha (hkl) leži u zoni [uvw]

tada vrijedi hu+kv+lw=0

Goldschmidtovo pravilo komplikacije

•ukoliko postoje tri plohe u nekoj zoni, te znamo indekse onih sa strane, indekse one u sredini možemo izračunati zbrajanjem npr. (212) i (212) daju

2+2=4, -1+1=0, 2+2=4 tj. (404) odnosno (101)



preuzeto iz 5

Kristalne klase

- postoje 32 moguće kombinacije elemenata simetrije tzv. kristalne klase ili točkaste grupe
- prisutnost nekih elemenata simetrije nužno zahtijeva prisutnost dodatnih elemenata simetrije npr.
  - parna os simetrije i na nju okomita ravnina simetrije zahtijevaju prisustvo centra simetrije
  - presjecištem dviju međusobno okomitih ravnina simetrije ide digira

Kristalne klase

- klase se mogu razvrstati u kristalne sustave na temelju sukladnosti sa simetrijom osnog križa
- klase dijelimo na temelju stupnja simetrije :
  - holoedrija – klasa maksimalnog stupnja simetrije u nekom sustavu, njena simetrija jednaka je simetriji osnog križa
  - hemiedrija, tetartoedrija, ogdoedrija – klase kod kojih je stupanj simetrije sveden na ½, ¼, 1/8
  - hemimorfija – zbog gubitka horizontalne ravnine simetrije razlikuju se gornja i donja polovica kristala

Klase kubičnog sustava

Hermann-Mauguin-ov simbol	smjer na koji se odnosi simbol na odgovarajućem mjestu u Hermann-Mauguin-ovom simbolu i broj ekvivalentnih smjerova			Schönflies-ov simbol
	1	2	3	
1) $\frac{4}{m}\bar{3}\frac{2}{m}$	<100>	<111>	<110>	O_h
2) $\bar{4}3m$	3	4	6	T_d
3) 432				O
4) $\frac{2}{m}\bar{3}$				T_h
5) 23				T

Klase tetragonskog sustava

	<001>	<100>	<110>	
1) $\frac{4}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}$	1	2	2	D_{4h}
2) $\bar{4}\,2\,m$				D_{2d}
3) $4\,m\,m$				C_{4v}
4) $\frac{4}{m}$				C_{4h}
5) $4\,2\,2$				D_4
6) $\bar{4}$				S_4
7) 4				C_4

Klase heksagonskog sustava

	<001>	<100>	<210>	
1) $\frac{6}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}$	1	3	3	D_{6h}
2) $\bar{6}\,m\,2$				D_{3h}
3) $6\,m\,m$				C_{6v}
4) $6\,2\,2$				D_6
5) $\frac{6}{m}$				C_{6h}
6) $\bar{6}$				C_{3h}
7) 6				C_6
8) $\bar{3}\,\frac{2}{m}$				D_{3d}
9) $3\,m$				C_{3v}
10) $3\,2$				D_3
11) $\bar{3}$				C_{3i}
12) 3				C_3

Klase rompskog sustava

Hermann-Mauguin-ov simbol	smjer na koji se odnosi simbol na odgovarajućem mjestu u Hermann-Mauguin-ovom simbolu i broj ekvivalentnih smjerova			Schönflies-ov simbol
	1	2	3	
1) $\frac{2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}$	<100> 1	<010> 1	<001> 1	D_{2h}
2) $m\,m\,2$				C_{2v}
3) $2\;2\;2$				D_2

Klase monoklinskog sustava

Hermann-Mauguin-ov simbol	smjer na koji se odnosi simbol na odgovarajućem mjestu u Hermann-Mauguin-ovom simbolu i broj ekvivalentnih smjerova			Schönflies-ov simbol
	1	2	3	
1) $\frac{2}{m}$	<010> 1			C_{2h}
2) m				C_s
3) 2				C_2

Klase triklinskog sustava

Hermann-Mauguin-ov simbol	smjer na koji se odnosi simbol na odgovarajućem mjestu u Hermann-Mauguin-ovom simbolu i broj ekvivalentnih smjerova			Schönflies-ov simbol
	1	2	3	
1) $\bar{1}$				C_i
2) 1				C_1

Puni i skraćeni simboli

Puni simbol	Skraćeni simbol
$\frac{2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}$	$m\,m\,m$
$\frac{4}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}$	$\frac{4}{m}\,m\,m$
$\bar{3}\frac{2}{m}$	$\bar{3}\,m$
$\frac{6}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}$	$\frac{6}{m}\,m\,m$
$\frac{4}{m}\bar{3}\frac{2}{m}$	$m\,3\,m$
$\frac{2}{m}\bar{3}$	$m\,3$

Opća forma

- Forme prisutne na nekom kristalu moraju biti u skladu s njegovom simetrijom
- Neke forme mogu se javiti u više klasa dok su druge karakteristične za pojedinu klasu
- Opća forma
  - njene plohe sijeku sve tri kristalografske osi u različitim udaljenostima - {hkl}
  - okomito na njih ne stoje elementi simetrije pa zato ta forma ima najveći mogući broj ploha u toj klasi
  - karakteristična je za pojedinu kristalnu klasu

Nazivi klasa

- Klase imaju nazive prema:
  - stupnju simetrije: holoedrija, hemiedrija, tetartoedrija, ogdoedrija, hemimorfija
  - nazivu opće forme

  U literaturi postoje različiti nazivi formi pa se stoga preporuča razlikovanje formi prema Millerovim indeksima

Nazivi klasa kubičnog sustava

	naziv prema stupnju simetrije	naziv prema općoj formi
1	holoedrija k.s.	heksakisoktaedarska
2	tetraedarska hemiedrija k.s.	heksakistetraedarska
3	giroedarska ili plagiedarska hemiedrija k.s.	giroedarska
4	pentagonska hemiedrija k.s.	disdodekaedarska
5	tetartoedrija k.s.	tetraedarsko pentagonsko dodekaedarska

Nazivi klasa tetragonskog sustava

	naziv prema stupnju simetrije	naziv prema općoj formi
1	holoedrija t.s.	ditetragonska dipiramidska
2	sfenoidska hemiedrija t.s.	tetragonska skalenoedrijska
3	hemimorfija holoedrije t.s.	ditetragonska piramidska
4	piramidska hemiedrija t.s.	tetragonska dipiramidska
5	trapezoedarska hemiedrija t.s.	tetragonska trapezoedarska
6	sfenoidska tetartoedrija t.s.	tetragonska sfenoidska
7	hemimorfija piramidske hemiedrije t.s.	tetragonska piramidska

Nazivi klasa heksagonskog sustava

	naziv prema stupnju simetrije	naziv prema općoj formi
1	holoedrija h.s.	diheksagonska dipiramidska
2	trigonska hemiedrija h.s.	ditrigonska dipiramidska
3	hemimorfija holoedrije h.s.	diheksagonska piramidska
4	trapezoedarska hemiedrija h.s.	heksagonska trapezoedarska
5	piramidska hemiedrija h.s.	heksagonska dipiramidska
6	trigonska tetartoedrija h.s.	trigonska dipiramidska
7	hemimorfija piramidske hemiedrije h.s.	heksagonska piramidska
8	romboedarska hemiedrija h.s.	ditrigonska skalenoedarska
9	hemimorfija trigonske hemiedrije	ditrigonska piramidska
10	trapezoedarska tetartoedrija h.s.	trigonska trapezoedarska
11	romboedarska tetartoedrija h.s.	romboedarska
12	ogdoedrija ili hemimorfija trigonske tetartoedrije t.s.	trigonska piramidska

Nazivi klasa rompskog sustava

	naziv prema stupnju simetrije	naziv prema općoj formi
1	holoedrija r.s.	rompska dipiramidska
2	hemimorfija holoedrije r.s.	rompska piramidska
3	hemiedrija r.s.	rompska sfenoidska

Nazivi klasa monoklinskog sustava

	naziv prema stupnju simetrije	naziv prema općoj formi
1	holoedrija m.s.	monoklinska prizmatska
2	hemiedrija m.s.	domatska
3	hemimorfija holoedrije m.s.	monoklinska sfenoidska

Nazivi klasa triklinskog sustava

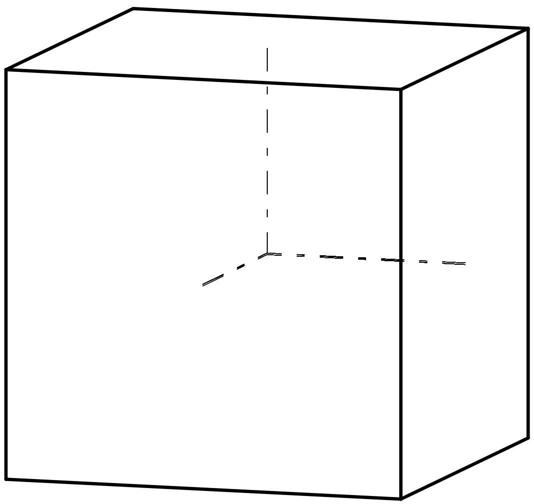
	naziv prema stupnju simetrije	naziv prema općoj formi
1	holoedrija triklinskog s.	pinakoidska klasa
2	hemiedrija t.s.	pedionska klasa

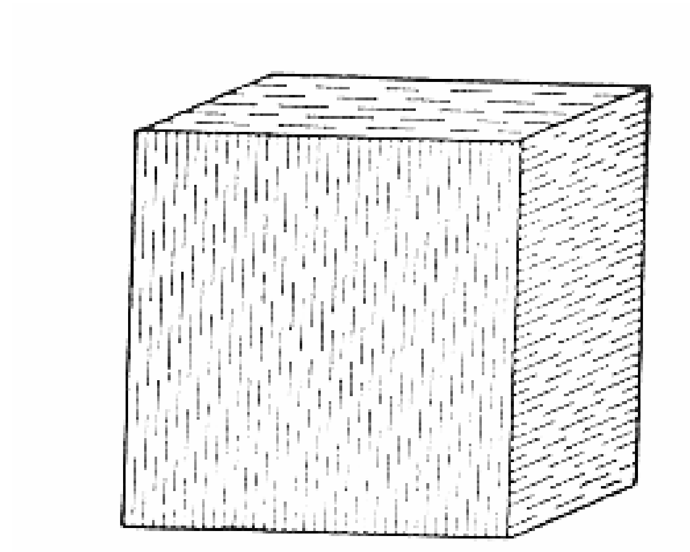
- U svakoj kristalnoj klasi moguće je sedam različitih kristalnih formi zbog toga što plohe mogu zauzimati sedam različitih položaja u odnosu na kristalografske osi što se može prikazati s sedam različitih tipova Millerovih indeksa

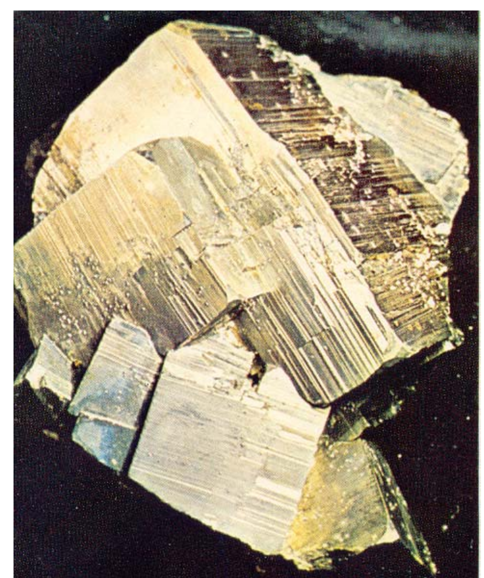
Forme kubičnog sustava

	$\frac{4}{m}\bar{3}\frac{2}{m}$	$\bar{4}3m$	$\frac{2}{m}\bar{3}$
{100}	heksaedar		
{110}	rompski dodekaedar		
{111}	oktaedar	tetraedar	
{hk0}	tetrakisheksaedar		pentagonski dodekaedar
{hll} h>l	deltoidski ikozitetraedar	tristetraedar	
{hhl} h>l	trisoktedar	deltoidski dodekaedar	
{hkl}	heksakisoktaedar	heksakistetraedar	disdodekedar

{100} - heksaedar

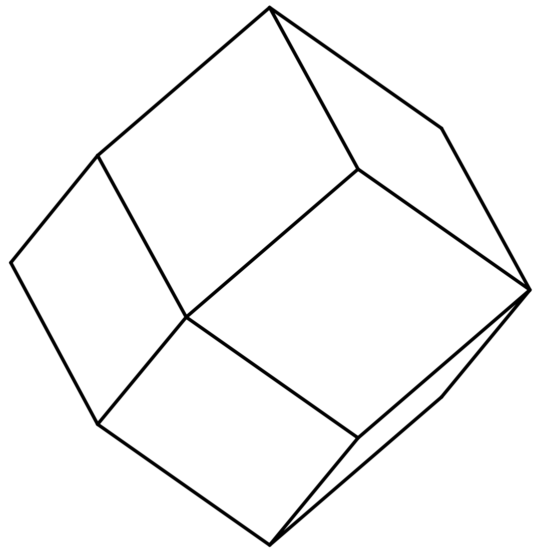


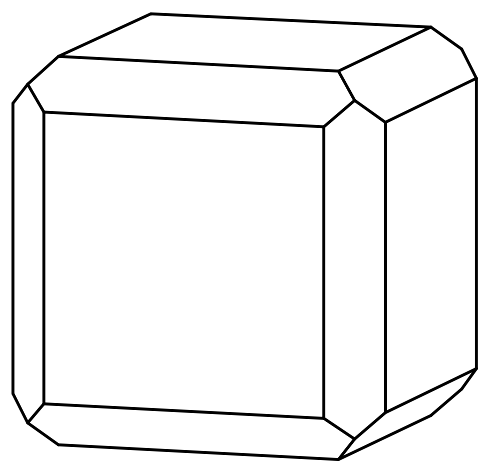




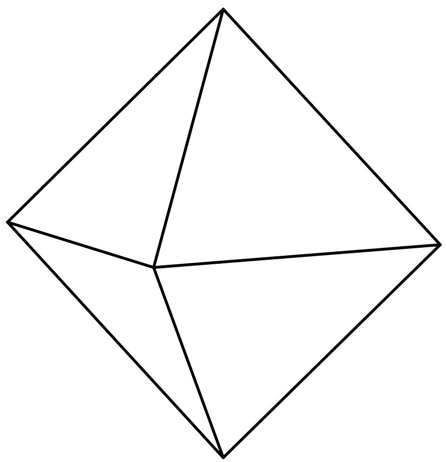
preuzeto iz Lieber,1974

{110} - rompski dodekaedar

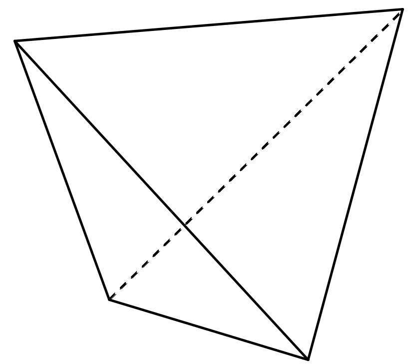




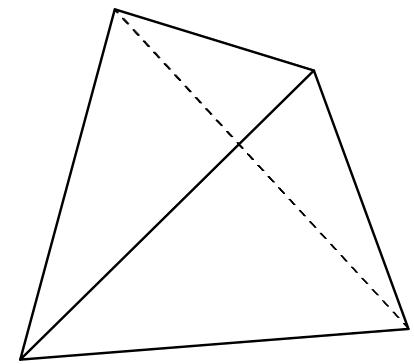
{111} – oktaedar, tetraedar



oktaedar

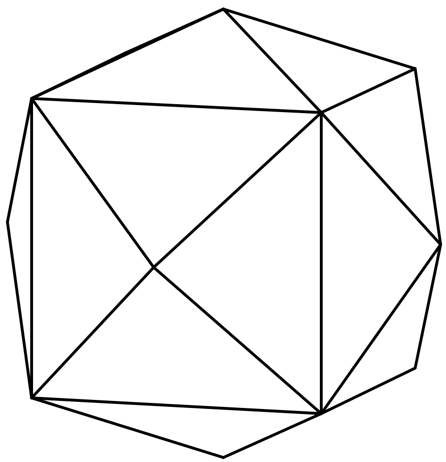


tetraedar +

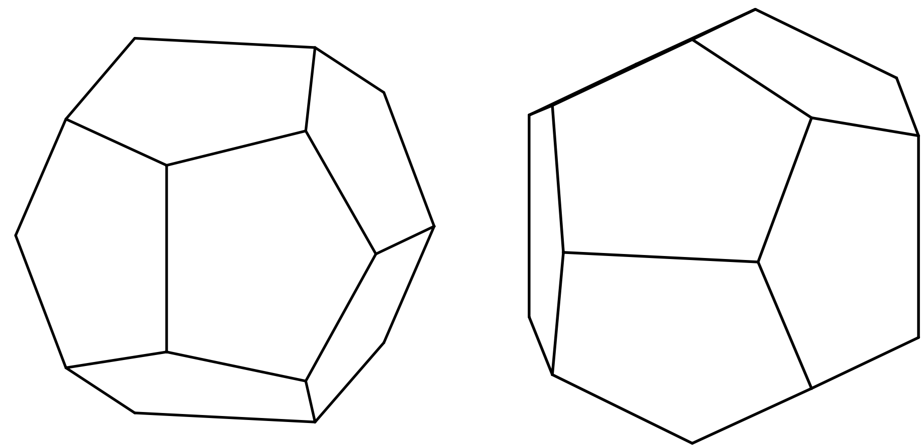


tetraedar -

{hk0} – tetrakisheksaedar, pentagonski dodekaedar



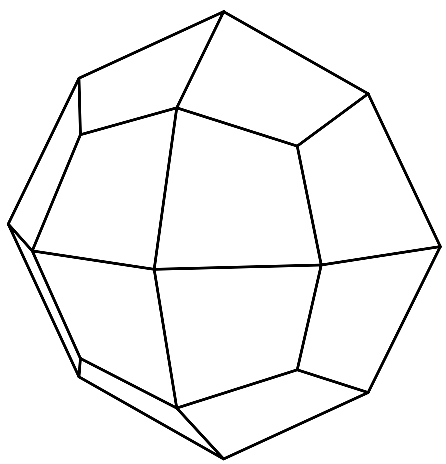
tetrakisheksaedar



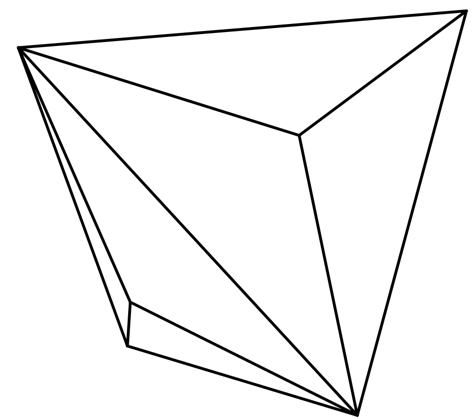
pentagonski dodekaedar

+ {210} - {120}

{hll} – deltoidski ikozitetraedar, tristetraedar

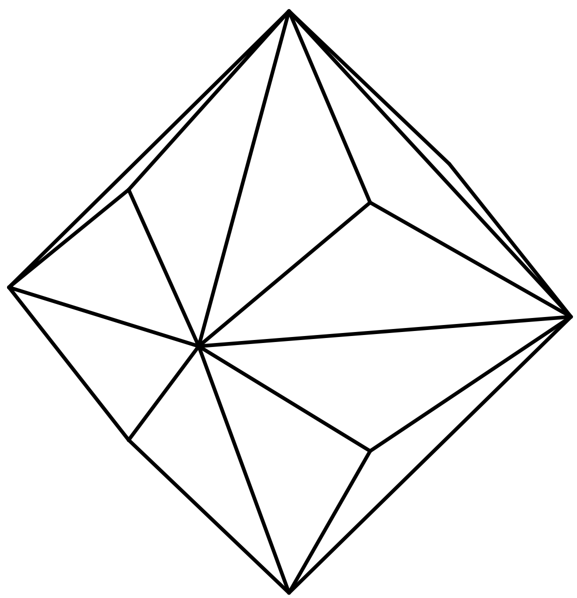


deltoidski ikozitetraedar

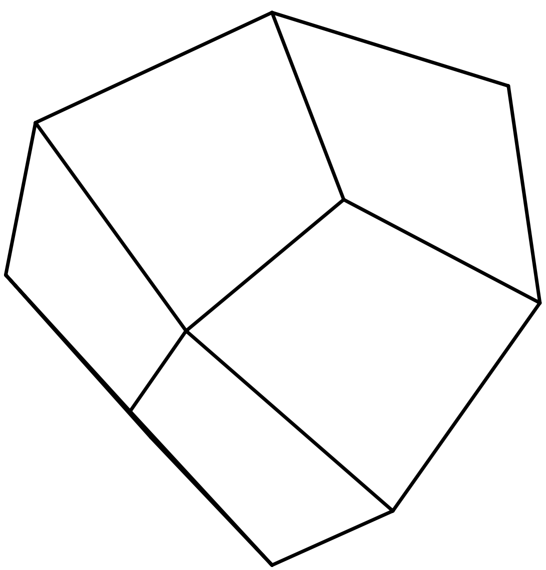


tristetraedar **+**/-

{hhl} h>l
trisoktaedar, deltoidski dodekaedar

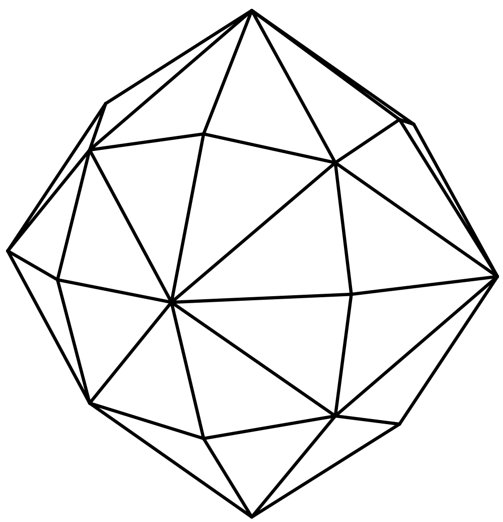


trisoktaedar

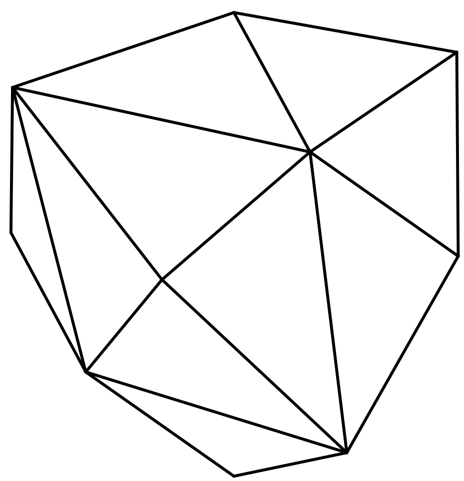


deltoidski dodekaedar **+**/-

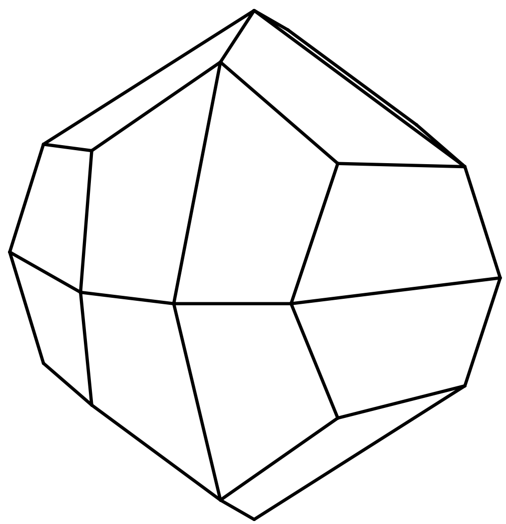
{hkl} – heksakisoktaedar, heksakistetraedar, disdodekaedar



heksakisoktaedar



heksakistetraedar **+**/-



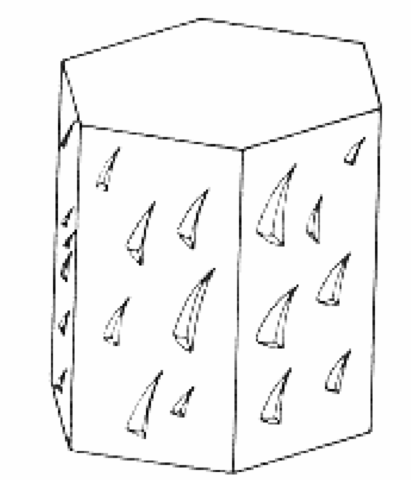
disdodekaedar +/**-**

Komplementarne forme (likovi) pozitivne-negativne; lijeve-desne

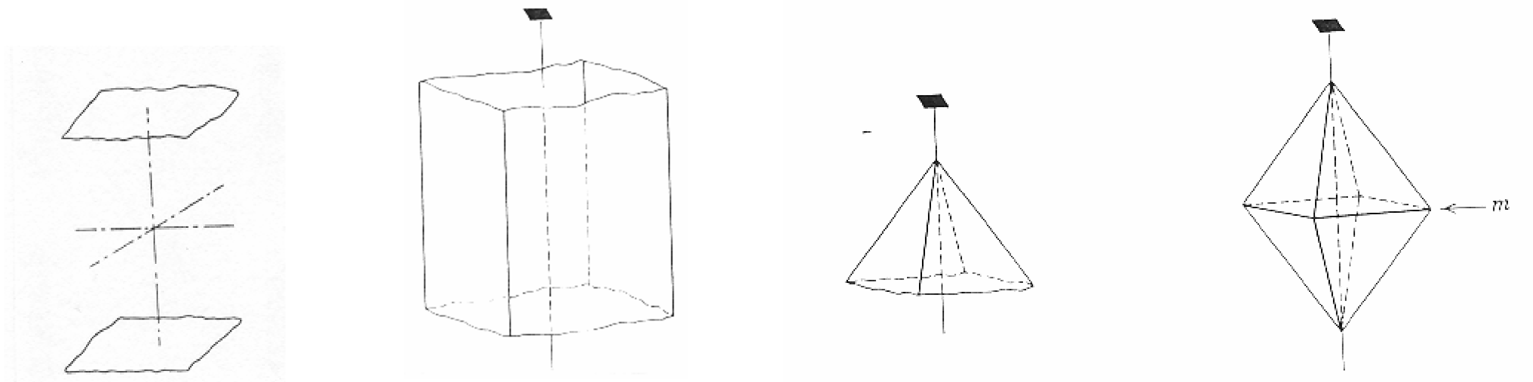
- uslijed gubitka elemenata simetrije smanjuje se i broj ekvivalentnih ploha. Umjesto forme iz klase s višim stupnjem simetrije moguće su dvije forme, koje su dopunjuju u formu iz koje su nastale – komplementarne forme.
  - pozitivne i negativne –dvije forme se zakretanjem može dovesti do potpunog preklapanja, međusobno su potpuno jednake, samo se razlikuju po odnosu ploha prema kristalografskim osima
  - lijeve i desne – dvije forme se više zakretanjem ne može dovesti do preklapanja - enantiomorfne forme

Pseudoforme

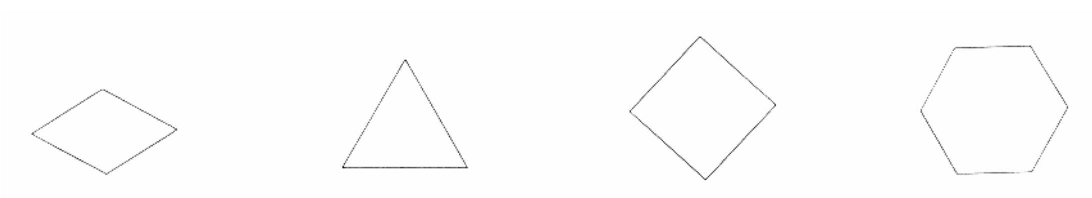
- manji broj elemenata simetrije može poneke plohe ponoviti na jednaki način kao ih je ponovio i veći broj elemenata. Nastaju pseudoforme koje su geometrijski iste onima iz holedrije, ali su kristalografski različite, jer je njihova prava simetrija zapravo niža, što se može razabrati iz prutanja, izjedina, fizikalnih svojstava



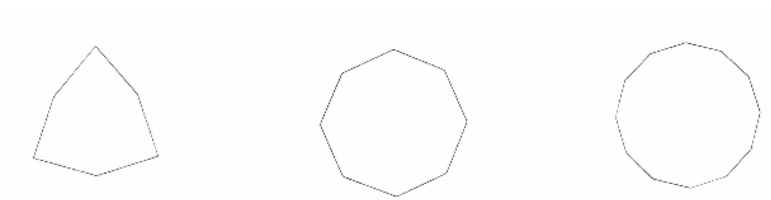
Pinakoid, prizma, piramida, dipiramida



pinakoid prizma piramida - dipiramida

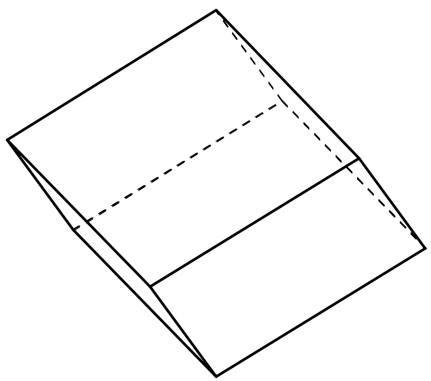


rompska trigonska tetragonska heksagonska

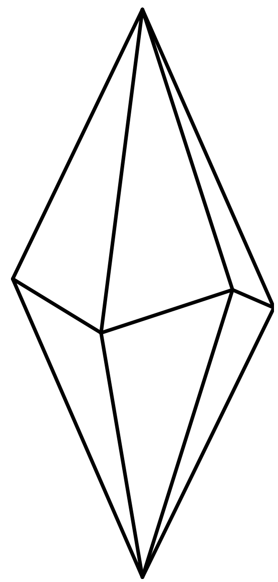


ditrigonska ditetragonska diheksagonska

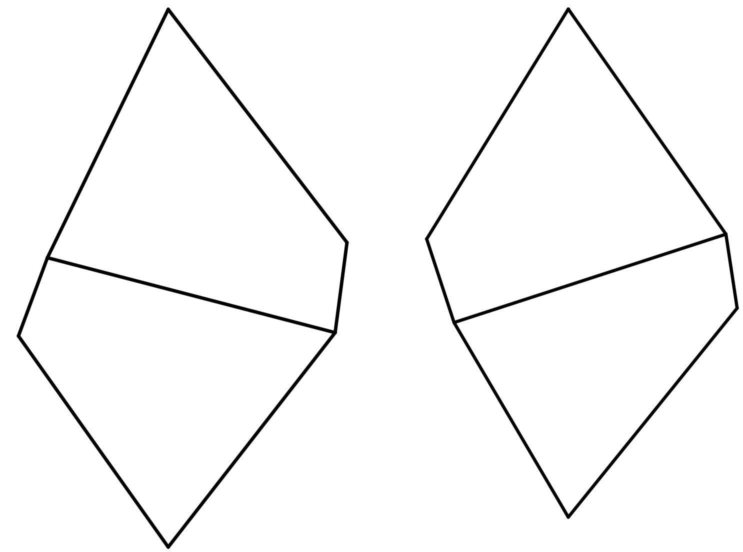
Romboedar, ditrigonski skalenoedar, trapezoedar



romboedar



ditrigonski skalenoedar



trigonski trapezoedar
lijevi desni
enantiomorfne forme